

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm: 01 trang)

Môn thi: **Toán 8**
Thời gian: **150 phút** (không kể thời gian giao đề)
Ngày thi: **28/11/2022**

Câu 1: (4,0 điểm): Phân tích đa thức thành nhân tử:

- a. $x^2 + 7x + 12$
- b. $x^4 + 2023x^2 + 2022x + 2023$

Câu 2: (4,0 điểm):

- a. Chứng minh rằng nếu: $x^2 + y^2 + z^2 = xy + xz + yz$ thì $x = y = z$
- b. Tìm dư trong phép chia đa thức $P(x) = (x + 2)(x + 4)(x + 6)(x + 8) + 2022$ cho đa thức $x^2 + 10x + 21$.

Câu 3: (4,0 điểm):

- a. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = 2x^2 + 3x - 4$
- b. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $2xy + 3x - 5y = 9$

Câu 4: (7,0 điểm):

Cho hình vuông ABCD. Qua A vẽ hai đường thẳng vuông góc với nhau lần lượt cắt đường thẳng BC tại P và R, cắt đường thẳng CD tại Q và S.

- a. Chứng minh $\triangle AQR$ và $\triangle APS$ là các tam giác cân.
- b. QR cắt PS tại H; M, N lần lượt là trung điểm của QR và PS. Chứng minh tứ giác AMHN là hình chữ nhật.
- c. Chứng minh P là trực tâm $\triangle SQR$.
- d. Chứng minh MN là đường trung trực của AC.
- e. Chứng minh bốn điểm M, B, N, D thẳng hàng.

Câu 5: (1,0 điểm):

Chứng minh: $B = n^3 - 6n^2 + 11n - 6 : 24$ với n là một số tự nhiên lẻ.

_____ Hết _____

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Cán bộ coi thi số 1: Cán bộ coi thi số 2:

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
Năm học: 2022 – 2023 - Môn: Toán 8

Câu	Nội dung	Điểm																				
Câu 1 (4,0 điểm)	a) $x^2 + 7x + 12 = x^2 + 3x + 4x + 12 = (x^2 + 3x) + (4x + 12)$ $= x(x + 3) + 4(x + 3) = (x + 3)(x + 4)$ b) $x^4 + 2023x^2 + 2022x + 2023 = x^4 - x + 2023x^2 + 2023x + 2023$ $= x(x^3 - 1) + 2023(x^2 + x + 1) = x(x - 1)(x^2 + x + 1) + 2023(x^2 + x + 1)$ $= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 2023)$	1,0 1,0 0,5 1,0 0,5																				
Câu 2 (4,0 điểm)	a) Ta có: $x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$ $\Rightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 2xy + 2yz + 2zx$ $\Rightarrow x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2yz + z^2 + z^2 - 2zx + x^2 = 0$ $\Rightarrow (x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 = 0 \quad (1)$ Ta có : $(x - y)^2 \geq 0, (y - z)^2 \geq 0, (z - x)^2 \geq 0$ Do đó: $(1) \Rightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 0. \\ z - x = 0 \end{cases}$ b) $P(x) = (x + 2)(x + 4)(x + 6)(x + 8) + 2022 = (x^2 + 10x + 16)(x^2 + 10x + 24) + 2022$ Đặt $t = x^2 + 10x + 21 (t \neq -3; t \neq -7)$, biểu thức P(x) được viết lại: $P(x) = (t - 5)(t + 3) + 2022 = t^2 - 2t + 2007$ Do đó khi chia $t^2 - 2t + 2007$ cho t ta có số dư là 2007	1,0 1,0 1,0 1,0																				
Câu 3 (4,0 điểm)	a) Ta có: $A = 2x^2 + 3x - 4 = 2\left(x^2 + 2x \cdot \frac{3}{4} + \frac{9}{16}\right) - \frac{9}{8} - 4$ $= 2\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{41}{8} \geq \frac{-41}{8}$ Dấu “=” xảy ra khi $x + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-3}{4}$ Vậy giá trị nhỏ nhất của A là $\frac{-41}{8}$ đạt được khi $x = \frac{-3}{4}$ b) $2xy + 3x - 5y = 9$ $\Rightarrow 4xy + 6x - 10y = 18 \Rightarrow 2x(2y + 3) - 5(2y + 3) = 3$ $\Rightarrow (2y + 3)(2x - 5) = 3$ do x, y là các số nguyên nên ta có bảng sau: <table><tr><td>$2x - 5$</td><td>-3</td><td>-1</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>$2y + 3$</td><td>-1</td><td>-3</td><td>3</td><td>1</td></tr><tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>-2</td><td>-3</td><td>0</td><td>-1</td></tr></table> Vậy các cặp số nguyên (x;y) thỏa mãn là: (1;-2), (2;-3), (3;0), (4;-1)	$2x - 5$	-3	-1	1	3	$2y + 3$	-1	-3	3	1	x	1	2	3	4	y	-2	-3	0	-1	1,0 1,0 0,5 0,5 1,0
$2x - 5$	-3	-1	1	3																		
$2y + 3$	-1	-3	3	1																		
x	1	2	3	4																		
y	-2	-3	0	-1																		

Câu 4 (7,0 điểm)	Vẽ đúng hình, cân đối đẹp. a) $\triangle ADQ = \triangle ABR$ (cgv-gn) vì $\widehat{DAQ} = \widehat{BAR}$ (cùng phụ với $\widehat{BAQ}$) và $DA = BA$ (cạnh hình vuông). Suy ra $AQ = AR$, nên $\triangle AQR$ là tam giác vuông cân tại A. Chứng minh tương tự ta có: $\triangle ABP = \triangle ADS$ do đó $AP = AS$ và $\triangle APS$ là tam giác vuông cân tại A. b) AM và AN là đường trung tuyến của tam giác vuông cân AQR và APS nên $AN \perp SP$ và $AM \perp RQ$. Mặt khác: $\widehat{PAN} = \widehat{PAM} = 45^\circ$ nên góc MAN vuông. Vậy tứ giác AMHN có ba góc vuông, nên AMHN là hình chữ nhật. c) Theo giả thiết: $QA \perp RS$, $RC \perp SQ$ nên QA và RC là hai đường cao của $\triangle SQR$. Vậy P là trực tâm của $\triangle SQR$. d) Trong tam giác vuông cân AQR thì MA là trung điểm nên $AM = \frac{1}{2} QR$ $\Rightarrow MA = MC$, nghĩa là M cách đều A và C. Chứng minh tương tự cho tam giác vuông cân ASP và tam giác vuông SCP, ta có $NA = NC$, nghĩa là N cách đều A và C. Hay MN là trung trực của AC e) Vì ABCD là hình vuông nên B và D cũng cách đều A và C. Nói cách khác, bốn điểm M, N, B, D cùng cách đều A và C nên chúng nằm trên đường trung trực của AC, nghĩa là chúng thẳng hàng.	0,5 1,5 1,5 1,0 1,0 1,5
Câu 5 (1,0 điểm)	$ \begin{aligned} n^3 - 6n^2 + 11n - 6 &= n^3 - 3n^2 - 3n^2 + 9n + 2n - 6 \\ &= n^2(n-3) - 3n(n-3) + 2(n-3) \\ &= (n-3)(n^2 - 3n + 2) \\ &= (n-3)[(n^2 - n) - (2n - 2)] \\ &= (n-3)[n(n-1) - 2(n-1)] \\ &= (n-3)(n-2)(n-1) \end{aligned} $ Do n lẻ nên n-3, n-2, n-1 là 3 số tự nhiên liên tiếp trong đó có hai số chẵn. Trong 2 số chẵn này có một số chia hết cho 2, một số chia hết cho 4. Nên $(n-3)(n-2)(n-1) : 2.4 = 8$ Mặt khác $(n-3)(n-2)(n-1)$ là tích của 3 số tự nhiên liên tiếp nên $(n-3)(n-2)(n-1) : 3$ mà $(8;3) = 1$ $\Rightarrow (n-3)(n-2)(n-1) : 8.3 = 24$ Vậy, $n^3 - 6n^2 + 11n - 6 : 24$ với mọi số tự nhiên n lẻ.	0,5 0,5

*** Lưu ý: Học sinh làm cách khác đúng vẫn tính điểm tối đa.**

ĐỀ DỰ BỊ
(Đề gồm có 01 trang)

Môn thi: TOÁN LỚP 8
Thời gian 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: (4,0 điểm)

- a. Phân tích thành nhân tử: $x^2 + 6x + 5$
- b. Tìm số tự nhiên n để giá trị của biểu thức sau là số nguyên tố:
 $12n^2 - 5n - 25$

Câu 2: (4,0 điểm)

- a. Cho $x + y = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x.y$
- b. Chứng minh rằng nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $\left(\frac{a-b}{c-d}\right)^4 = \frac{a^4 + b^4}{c^4 + d^4}$

Câu 3: (4,0 điểm)

- a. Cho $4a^2 + b^2 = 5ab$ và $2a > b > 0$. Tính: $P = \frac{ab}{4a^2 - b^2}$
- b. Cho a, b, c là các số dương. Chứng minh rằng nếu $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ thì $a = b = c$.

Câu 4: (4,5 điểm)

Cho hình bình hành ABCD có E, F theo thứ tự là trung điểm của AB, CD.

- a. Chứng minh rằng các đường thẳng AC, BD, EF đồng quy.
- b. Gọi giao điểm của AC với DE và BF theo thứ tự là M và N. Chứng minh rằng EMFN là hình bình hành.

Câu 5: (3,5 điểm)

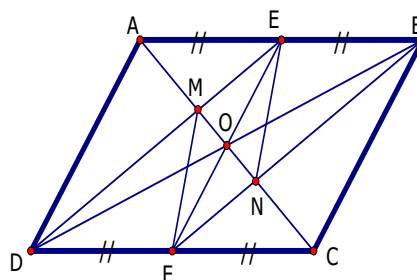
Cho ΔABC có diện tích bằng 30 cm^2 . Trên các cạnh AB, BC, CA lần lượt lấy các điểm M, N, D sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{BN}{BC} = \frac{CD}{CA} = \frac{1}{3}$. Tính diện tích ΔMND .

-----HẾT-----

ĐỀ DỰ BỊ

Câu	Hướng dẫn	Điểm
1 (4,0)	a) Ta có: $x^2 + 6x + 5 = x^2 + x + 5x + 5 = x(x + 1) + 5(x + 1) = (x + 1)(x + 5)$	2
	b) Với $n \in \mathbb{N}$, ta có: $12n^2 - 5n - 25$ $= 12n^2 - 20n + 15n - 25$ $= 4n(3n - 5) + 5(3n - 5)$ $= (3n - 5)(4n + 5)$	0,5 0,5 0,5
	Vì $n \in \mathbb{N}$ nên $3n - 5 < 4n + 5$ Do đó để $12n^2 - 5n - 25$ là số nguyên tố thì $3n - 5 = 1 \Rightarrow n = 2$ Vậy với $n = 2$ thì $12n^2 - 5n - 25$ là số nguyên tố	0,5
	a) Ta có $x + y = 1 \Rightarrow y = 1 - x$ Khi đó $P = x.y = x.(1 - x)$ $= x - x^2$ $= -\left(x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right)$ $= -\left[\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}\right]$ $= -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
	Do $-\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \leq 0$ với mọi x $\Rightarrow P = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \leq \frac{1}{4}$ Nên giá trị lớn nhất của $P = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{2} = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$ Vậy với $x = \frac{1}{2}$; $y = \frac{1}{2}$ thì biểu thức $P = x.y$ có giá trị lớn nhất là $\frac{1}{4}$	0,25 0,25 0,25
2 (4,0)	b) Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \Leftrightarrow \frac{a^4}{c^4} = \frac{b^4}{d^4} = \frac{a^4 - b^4}{c^4 - d^4} (1)$ Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a-b}{c-d} \Leftrightarrow \frac{a^4}{c^4} = \frac{b^4}{d^4} = \frac{(a-b)^4}{(c-d)^4} (2)$ Từ 1 và 2 suy ra $\left(\frac{a-b}{c-d}\right)^4 = \frac{a^4 + b^4}{c^4 + d^4}$	0,5 0,5 0,5 0,5

3 (4,0)	a) Cho $4a^2 + b^2 = 5ab$ và $2a > b > 0$. Tính: $P = \frac{ab}{4a^2 - b^2}$ biến đổi được : $4a^2 + b^2 = 5ab \Leftrightarrow (4a - b)(a - b) = 0 \Leftrightarrow b = 4a \text{ hoặc } b = a$ Mà $2a > b > 0 \Rightarrow 4a > 2b > b$ nên $a = b$ Ta có : $P = \frac{a^2}{4a^2 - a^2} = \frac{1}{3}$ Vậy $4a^2 + b^2 = 5ab$ và $2a > b > 0$ thì $P = \frac{1}{3}$	0,5 0,5 0,5 0,5
	b) $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ $\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$ $\Rightarrow a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 - 3a^2b - 3ab^2 + c^3 - 3abc = 0$ $\Rightarrow (a+b)^3 + c^3 - 3a^2b - 3ab^2 - 3abc = 0$ $\Rightarrow (a+b+c) \left[(a+b)^2 - (a+b)c + c^2 \right] - 3ab(a+b+c) = 0$ $\Rightarrow (a+b+c)(a^2 + 2ab + b^2 - ac - bc + c^2 - 3ab) = 0$ $\Rightarrow (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc) = 0$ $\Rightarrow \frac{1}{2}(a+b+c) \left[(a^2 + b^2 - 2ab) + (a^2 + c^2 - 2ac) + (b^2 + c^2 - 2bc) \right] = 0$ $\Rightarrow \frac{1}{2}(a+b+c) \left[(a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2 \right] = 0$ mà $a, b, c > 0$, nên $\frac{1}{2}(a+b+c) \left[(a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2 \right] = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} (a-b)^2 = 0 \\ (a-c)^2 = 0 \\ (b-c)^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow a = b = c$	0,5 0,5 0,5
4 (4,5)	Gọi O là giao điểm hai đường chéo của hình bình hành ABCD, ta có O là trung điểm của BD và AC. Tứ giác BEDF có $BE \parallel DF$ $BE = DE \left(= \frac{AB}{2} = \frac{CD}{2} \right)$ Nên tứ giác BEDF là hình bình hành. Có O là trung điểm của BD nên O cũng là trung điểm của EF Vậy EF, BD, AC đồng quy tại O.	0,25 1,0 1,0 1,0 1,25



5 (3,5)	Ta có $\frac{S_{BMN}}{S_{ABN}} = \frac{BM}{BA}$ (chung đường cao hạ từ N) mà $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AB - AM}{AB} = \frac{3 - 1}{3}$ hay $\frac{BM}{BA} = \frac{2}{3}$ $\Rightarrow \frac{S_{BMN}}{S_{ABN}} = \frac{2}{3}$ Tương tự có $\frac{S_{ABN}}{S_{ABC}} = \frac{BN}{BC} = \frac{1}{3}$ (chung đường cao từ A) $\Rightarrow \frac{S_{BMN}}{S_{ABN}} \cdot \frac{S_{ABN}}{S_{ABC}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}$ $\Rightarrow \frac{S_{BMN}}{S_{ABC}} = \frac{2}{9}$ Tương tự có $\frac{S_{DNC}}{S_{ABC}} = \frac{2}{9}; \frac{S_{ADM}}{S_{ABC}} = \frac{2}{9}$ $\Rightarrow S_{MND} = S_{ABC} - S_{ADM} - S_{BMN} - S_{DNC}$ $= S_{ABC} - 3 \cdot \frac{2}{9} S_{ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 30 = 10 \text{ cm}^2$	0,25 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,25
----------------------------------	--	--

Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa của câu hỏi đó.