UBND THỊ XÃ HOÀNG MAI
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HSG LỚP 9
Vòng 3, năm học 2023-2024

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 01 trang)

Môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1. *(3,0 điểm)*

1. Tìm các số tự nhiên n sao cho $n^2+2n+\sqrt{n^2+2n+18}+9$ là số chính phương.
2. Cho biểu thức P=abc(a-1)(b+4)(c+6) với a, b, c, là các số nguyên thỏa mãn a+b+c=2022. Chứng minh P chia hết cho 6.

Câu 2. *(7,0 điểm)*

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+y^2+xy=x+4 \\ y^2+2xy=y-4 \end{cases}$

2. Giải phương trình: $8x^2-11x+1=(1-x)\sqrt{4x^2-6x+5}$

3. Cho x, y, z là các số thực dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P=\sqrt{\frac{x}{y+z+2x}}+\sqrt{\frac{y}{z+x+2y}}+\sqrt{\frac{z}{x+y+2z}}$$

Câu 3. *(2,0 điểm)*

Cho x, y, z là các số thực dương thoả mãn xy+yz+zx=3. Chứng minh rằng:

$$\frac{x^2}{\sqrt{x^3+8}}+\frac{y^2}{\sqrt{y^3+8}}+\frac{z^2}{\sqrt{z^3+8}}\geq 1$$

Câu 4. *(6,0 điểm)*

Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm A cố đình với $OA=2R$; đường kính BC quay quanh O sao cho tam giác ABC là tam giác nhọn. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cắt đường thẳng OA tại điểm thứ hai là I. Các đường thẳng AB, AC cắt (O;R) lần lượt tại điểm thứ hai là D và E. Gọi K là giao điểm của DE với OA.

a) Chứng minh AK.AI=AE.AC
b) Tính độ dài đoạn AK theo R
c) Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Câu 5. *(2,0 điểm)*

Cho 8 đoạn thẳng có độ dài lớn hơn 10 và nhỏ hơn 210. Chứng minh rằng trong 8 đoạn thẳng đó luôn tìm được 3 đoạn thẳng dể ghép thành một tam giác.

--- Hết ---

(Thí sinh không dùng tài liệu, không dùng máy tính bỏ túi)