

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu 1. (4 điểm)

a) Thực hiện phép tính:
$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

b) Tính tổng:
$$S = (-3)^0 + (-3)^1 + (-3)^2 + \dots + (-3)^{2015}.$$

Câu 2. (4 điểm)

a) Cho a, b, c là ba số thực khác 0, thỏa mãn : $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b}$ và $a+b+c \neq 0$

Hãy tính giá trị của biểu thức:
$$B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right).$$

b) Ba lớp 7A, 7B, 7C cùng mua một số gói tăm từ thiện, lúc đầu số gói tăm dự định chia cho ba lớp tỉ lệ với 5,6,7 nhưng sau đó chia theo tỉ lệ 4,5,6 nên có một lớp nhận nhiều hơn dự định 4 gói. Tính tổng số gói tăm mà ba lớp đã mua.

Câu 3: (4 điểm)

a) Tìm x, y, z biết: $\frac{5z-6y}{4} = \frac{6x-4z}{5} = \frac{4y-5x}{6}$ và $3x-2y+5z=96$.

b) Chứng minh rằng: $3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + \dots + 3^{x+100}$ chia hết cho 120 (với $x \in \mathbb{N}$)

Câu 4. (6 điểm)

Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Trên tia đối của tia CA lấy điểm D sao cho $CD = AB$. Gọi P, Q là trung điểm của AD, BC, và I là giao điểm các đường vuông góc với AD và BC tại P và Q.

a) Chứng minh $\triangle AIB = \triangle DIC$

b) Chứng minh AI là tia phân giác của góc BAC.

c) Kẻ IE vuông góc với AB, chứng minh $AE = \frac{1}{2}AD$.

Câu 5. (2 điểm) Cho biết $xyz=1$

Tính giá trị
$$A = \frac{x}{xy+x+1} + \frac{y}{yz+y+1} + \frac{z}{xz+z+1}$$

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm - SBD:.....

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
Câu 1 (4 điểm)	a 2đ	$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} = \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2}$	0,5 0,5 1
	b 2đ	$S = (-3)^0 + (-3)^1 + (-3)^2 + (-3)^3 + \dots + (-3)^{2015}$ $-3S = (-3) \cdot [(-3)^0 + (-3)^1 + (-3)^2 + \dots + (-3)^{2015}]$ $= (-3)^1 + (-3)^2 + \dots + (-3)^{2016}$ $-3S - S = [(-3)^1 + (-3)^2 + \dots + (-3)^{2016}] - (-3)^0 - (-3)^1 - \dots - (-3)^{2015}$ $-4S = (-3)^{2016} - 1$ $S = \frac{(-3)^{2016} - 1}{-4} = \frac{3^{2016} - 1}{-4} = \frac{1 - 3^{2016}}{4}$	0.5 0.5 0.5 0.5
Câu 2 (4 điểm)	a 2đ	+Vì $a+b+c \neq 0$ Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau ,ta có: $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b} = \frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+c} = 1$ mà $\frac{a+b-c}{c} + 1 = \frac{b+c-a}{a} + 1 = \frac{c+a-b}{b} + 1 = 2$ $\Rightarrow \frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = 2$ Vậy $B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) = \left(\frac{b+a}{a}\right) \left(\frac{c+a}{c}\right) \left(\frac{b+c}{b}\right) = 8$	0.5 0.5 0.5 0.5
	b 2đ	Gọi tổng số gói tẩy 3 lớp cùng mua là x (x là số tự nhiên khác 0) Số gói tẩy dự định chia cho 3 lớp 7A, 7B, 7C lúc đầu lần lượt là: a, b, c Ta có: $\frac{a}{5} = \frac{b}{6} = \frac{c}{7} = \frac{a+b+c}{18} = \frac{x}{18} \Rightarrow a = \frac{5x}{18}; b = \frac{6x}{18} = \frac{x}{3}; c = \frac{7x}{18}$ (1) Số gói tẩy sau đó chia cho 3 lớp lần lượt là a', b', c', ta có:	1

		$\frac{a'}{4} = \frac{b'}{5} = \frac{c'}{6} = \frac{a' + b' + c'}{15} = \frac{x}{15} \Rightarrow a' = \frac{4x}{15}; b' = \frac{5x}{15} = \frac{x}{3}; c' = \frac{6x}{15}$ (2) So sánh (1) và (2) ta có: $a > a'$; $b = b'$; $c < c'$ nên lớp 7C nhận nhiều hơn lúc đầu Vậy: $c' - c = 4$ hay $\frac{6x}{15} - \frac{7x}{18} = 4 \Rightarrow \frac{x}{90} = 4 \Rightarrow x = 360$ Vậy số gói tằm 3 lớp đã mua là 360 gói.	0,5
			0.5
Câu 3 (4 điểm)	a 2đ	Từ $\frac{5z - 6y}{4} = \frac{6x - 4z}{5} = \frac{4y - 5x}{6}$ $\Rightarrow \frac{20z - 24y}{16} = \frac{30x - 20z}{25} = \frac{24y - 30x}{36}$ $\Rightarrow 10z = 12y = 15x$ $\Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6} \Rightarrow \frac{3x}{12} = \frac{2y}{10} = \frac{5z}{30} \text{ và } 3x - 2y + 5z = 96$ Giải ra ta được $x = 12$; $y = 15$; $z = 18$	0.5 0.5 0.5
	b 2đ	$3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + \dots + 3^{x+100}$ $= (3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + 3^{x+4}) + (3^{x+5} + 3^{x+6} + 3^{x+7} + 3^{x+8}) + \dots + (3^{x+97} + 3^{x+98} + 3^{x+99} + 3^{x+100})$ $= 3^x(3+3^2+3^3+3^4) + 3^{x+4}(3+3^2+3^3+3^4) + \dots + 3^{x+96}(3+3^2+3^3+3^4)$ $= 3^x \cdot 120 + 3^{x+4} \cdot 120 + \dots + 3^{x+96} \cdot 120$ $= 120(3^x + 3^{x+4} + \dots + 3^{x+96}) : 120 \text{ (đpcm)}$	1 0.5 0.5
Câu 4 (6 điểm)			0,5
	a 2đ	Ta có $IB = IC$, $IA = ID$ Lại có $AB = CD$ (gt) Do đó $\Delta AIB = \Delta DIC$ (c.c.c)	1 0,5 0,5
	b 1,5đ	CM: $\angle DAI = \angle D$ $\Delta AIB = \Delta DIC$ (câu a), suy ra $\angle BAI = \angle D$ Do đó $\angle DAI = \angle BAI$. Vậy AI là tia phân giác của góc BAC	0,5 0,5 0,5

	c 2đ	Kẻ $IE \perp AB$, ta có $\triangle AIE = \triangle AIP$ $\Rightarrow AE = AP$ Mà $AP = \frac{1}{2} AD$ (vì P là trung điểm AD) Suy ra $AE = \frac{1}{2} AD$	0,5 0,5 0,5 0,5
Câu 5 (2 điểm)		$\frac{x}{xy+x+1} + \frac{y}{yz+y+1} + \frac{z}{xz+z+1} =$ $\frac{xz}{xyz+xz+z} + \frac{xyz}{xyz^2+xyz+xz} + \frac{z}{xz+z+1}$ $= \frac{xz}{1+xz+z} + \frac{xyz}{z+1+xz} + \frac{z}{xz+z+1} = \frac{xyz+xz+1}{xyz+xz+1} = 1$	1 1

Lưu ý .Học sinh có cách giải khác đúng vẫn cho điểm tối đa.