

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1 (2,0 điểm).

- a) Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho $n+1511$ và $n+1359$ đều là số chính phương.
b) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n ta có $n(2n+7)(7n+1)$ chia hết cho 6.

Câu 2 (2,0 điểm). Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} - \frac{10-5\sqrt{x}}{x-5\sqrt{x}+6} \right)$

- a) Rút gọn P .
b) Tìm giá trị nhỏ nhất của P .

Câu 3 (2,0 điểm).

- a) Giải phương trình: $(x+10)(x+12)(x+15)(x+18) = 2x^2$.
b) Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $(x-y)(2x+y+1) + 9(y-1) = 13$.

Câu 4 (1,0 điểm).

Một nhóm thợ dệt kế hoạch sản xuất 3000 sản phẩm trong số ngày quy định (số sản phẩm làm được mỗi ngày như nhau). Trong 8 ngày đầu họ đã thực hiện đúng mức đề ra. Những ngày còn lại họ đã làm vượt mức kế hoạch mỗi ngày 10 sản phẩm nên đã hoàn thành kế hoạch sớm 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày nhóm thợ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm?

Câu 5 (1,0 điểm). Cho nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Gọi OE là bán kính vuông góc với AB . Vẽ đường tròn (C) có đường kính OE . Gọi (D) là đường tròn tiếp xúc ngoài với đường tròn (C) , tiếp xúc trong với đường tròn (O) và tiếp xúc với đoạn thẳng OB . Tính bán kính của đường tròn (D) theo R .

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ tiếp xúc ngoài tại A ($R > R'$). Đường nối tâm OO' cắt đường tròn (O) tại B và cắt đường tròn (O') tại C khác A . Dây DE của đường tròn (O) vuông góc với BC tại trung điểm K của BC .

- a) Tứ giác $BDCE$ là hình gì? Tại sao?
b) Gọi I là giao điểm của EC và đường tròn (O') . Chứng minh rằng KI là tiếp tuyến của đường tròn (O') .

Câu 7 (1,0 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AH và BH . Gọi O là giao điểm của AN và CM . Chứng minh rằng:

- a) $AN \perp CM$
b) $AH^2 = 4 \cdot MC \cdot MO$

-----Hết-----