SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HÓA

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2024 - 2025

MÔN THI: TOÁN - THCS.
Thời gian làm bài 150 phút, *không kể thời gian phát đề.*
(*Đề thi có 02 trang, gồm 10 câu*).

Câu 1 (*2,0 điểm*). Rút gọn biểu thức:

$$A=\left(\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a-b}+\sqrt{a+b}}+\frac{a-b}{\sqrt{a^2-b^2}-a+b}\right)\cdot\frac{a^2+b^2}{\sqrt{a^2-b^2}} \quad (\text{với } a>b>0).$$

Câu 2 (*2,0 điểm*). Cho a,b là các số thực dương phân biệt thỏa mãn:

$$\frac{8b^8}{a^8-b^8}+\frac{4b^4}{a^4+b^4}+\frac{2b^2}{a^2+b^2}+\frac{b}{a+b}=4 \text{ và } a^2=2025+b^2.$$

Tính giá trị biểu thức: $P=(a-b-10)^2+2000$.

Câu 3 (*2,0 điểm*). Giải hệ phương trình: $\begin{cases}13\sqrt{x-1}+9\sqrt{y+2}=16x\\ \left(x^2+x\right)\sqrt{x-y+3}=2x^2+x+y+1\end{cases}$.

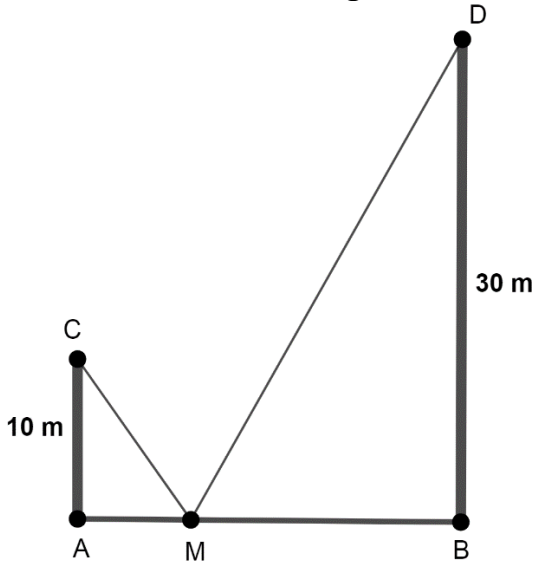
Câu 4 (*2,0 điểm*). Cho các chữ số $0;1;2;3;4;5;6;7;8;9$. Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau viết được từ các chữ số nói trên. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập hợp X. Tính xác suất của biến cố A: "Số lấy ra là số lớn hơn 59000".

Câu 5 (*2,0 điểm*). Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình:

$$\left(2x-y-2\right)^2=7\left(x-2y-y^2-1\right).$$

Câu 6 (*2,0 điểm)*. Cho số tự nhiên $n\geq 2$ và số nguyên tố p. Chứng minh rằng nếu $p-1$ chia hết cho n và n^6-1 chia hết cho p thì ít nhất một trong hai số $p-n$ và $p+n$ là số chính phương.

Câu 7 (*1,5 điểm*). Có hai chiếc cọc cao $10m$ và $30m$ đặt vuông góc với mặt đất tại hai vị trí A và B. Biết khoảng cách giữa hai cọc bằng $24m$. Người ta đặt một cái chốt ở vị trí M trên mặt đất, nằm giữa hai chân cọc để giăng dây nối đến hai đỉnh C và D của hai cọc (như hình vẽ). Hỏi người ta phải đặt chốt ở vị trí cách A một khoảng bằng bao nhiêu trên mặt đất để tổng độ dài của hai sợi dây đó là ngắn nhất?



Câu 8 ***(3,5 điểm).*** Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O), ba đường cao AD, BF, CE cắt nhau tại H, vẽ $OK \perp BC\ (K \in BC)$. Gọi I là trung điểm của AH, gọi J là giao điểm của AH và EF, kẻ đường kính AP của đường tròn (O).

a. Chứng minh: $OK = \frac{1}{2}AH$ và IK đi qua trung điểm của EF.

b. Đường thẳng qua B song song với AC cắt đường thẳng CE tại S. Chứng minh: $IF^2 = IJ.ID$ và $KS // CJ$.

Câu 9 ***(1,5 điểm).*** Cho tam giác ABC có ba cạnh tiếp xúc với đường tròn (I). Gọi E, F lần lượt là tiếp điểm của đường tròn (I) với AC và AB. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AC. Chứng minh ba đường thẳng BI, MN, EF đồng quy.

Câu 10 ***(1,5 điểm).*** Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn: $xyz(x+y+z)=3$. Chứng minh rằng: $x^2+y^2+z^2 \le \frac{1}{243}\left(x^5-2x+4\right)^2\left(y^5-2y+4\right)^2\left(z^5-2z+4\right)^2$.

---------- HẾT ----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

Chữ ký của Giám thị 1:.....; Chữ ký của Giám thị 2:.....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HÓA

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2024 - 2025

ĐÁP ÁN, THANG ĐIỂM CHẤM
ĐỀ THI MÔN: TOÁN - THCS.
(Hướng dẫn chấm gồm 10 trang).

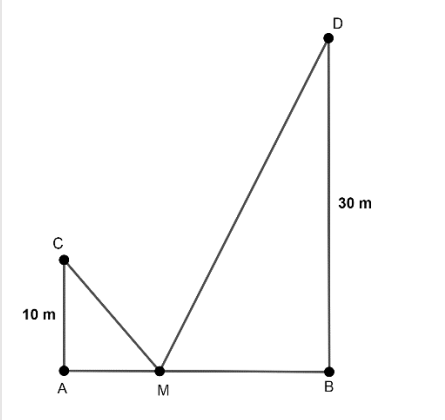
Câu	Nội dung đáp án	*Điểm*
Câu 1	Rút gọn biểu thức: $A=\left(\dfrac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a-b}+\sqrt{a+b}}+\dfrac{a-b}{\sqrt{a^2-b^2}-a+b}\right)\cdot\dfrac{a^2+b^2}{\sqrt{a^2-b^2}}$ (với $a>b>0$).	***2,0***
	Với $a>b>0$, ta có: $A=\left(\dfrac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a-b}+\sqrt{a+b}}+\dfrac{a-b}{\sqrt{a^2-b^2}-a+b}\right)\cdot\dfrac{a^2+b^2}{\sqrt{a^2-b^2}}$ $A=\left[\dfrac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a-b}+\sqrt{a+b}}+\dfrac{a-b}{\sqrt{(a-b)(a+b)}-(a-b)}\right]\cdot\dfrac{a^2+b^2}{\sqrt{a^2-b^2}}$	*0,25*
	$A=\left(\dfrac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a-b}+\sqrt{a+b}}+\dfrac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b}}\right)\cdot\dfrac{a^2+b^2}{\sqrt{a^2-b^2}}$	*0,25*
	$A=\left(\dfrac{\sqrt{a-b}\left(\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b}\right)}{(a+b)-(a-b)}+\dfrac{\sqrt{a-b}\left(\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b}\right)}{(a+b)-(a-b)}\right)\cdot\dfrac{a^2+b^2}{\sqrt{a^2-b^2}}$	*0,25*
	$A=\dfrac{\sqrt{a^2-b^2}-a+b+\sqrt{a^2-b^2}+a-b}{2b}\cdot\dfrac{a^2+b^2}{\sqrt{a^2-b^2}}$	*0,5*
	$A=\dfrac{2\sqrt{a^2-b^2}}{2b}\cdot\dfrac{a^2+b^2}{\sqrt{a^2-b^2}}$	*0,25*
	$A=\dfrac{a^2+b^2}{b}$	*0,25*
	Vậy $A=\dfrac{a^2+b^2}{b}$ với $a>b>0$.	*0,25*
Câu 2	Cho a,b là các số thực dương phân biệt thỏa mãn: $\dfrac{8b^8}{a^8-b^8}+\dfrac{4b^4}{a^4+b^4}+\dfrac{2b^2}{a^2+b^2}+\dfrac{b}{a+b}=4$ và $a^2=2025+b^2$. Tính giá trị biểu thức: $P=(a-b-10)^2+2000$.	***2,0***
	$\dfrac{8b^8}{a^8-b^8}+\dfrac{4b^4}{a^4+b^4}+\dfrac{2b^2}{a^2+b^2}+\dfrac{b}{a+b}=4$	

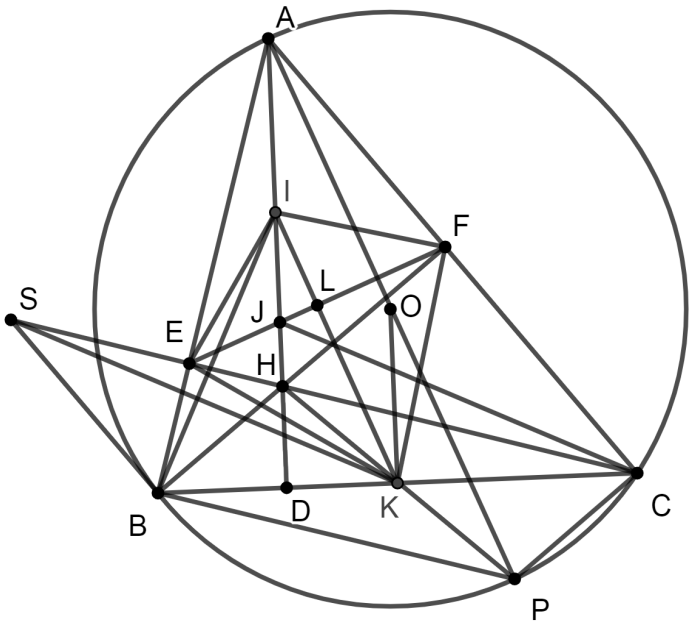
	$\Leftrightarrow \frac{8b^8}{a^8-b^8}+\frac{4b^4\left(a^4-b^4\right)}{a^8-b^8}+\frac{2b^2}{a^2+b^2}+\frac{b}{a+b}=4$ $\Leftrightarrow \frac{8b^8+4a^4b^4-4b^8}{a^8-b^8}+\frac{2b^2}{a^2+b^2}+\frac{b}{a+b}=4$	*0,25*
	$\Leftrightarrow \frac{4a^4b^4+4b^8}{a^8-b^8}+\frac{2b^2}{a^2+b^2}+\frac{b}{a+b}=4$ $\Leftrightarrow \frac{4b^4\left(a^4+b^4\right)}{\left(a^4+b^4\right)\left(a^4-b^4\right)}+\frac{2b^2}{a^2+b^2}+\frac{b}{a+b}=4$ $\Leftrightarrow \frac{4b^4}{a^4-b^4}+\frac{2b^2}{a^2+b^2}+\frac{b}{a+b}=4$	*0,25*
	$\Leftrightarrow \frac{4b^4}{a^4-b^4}+\frac{2b^2\left(a^2-b^2\right)}{a^4-b^4}+\frac{b}{a+b}=4$ $\Leftrightarrow \frac{2a^2b^2+2b^4}{a^4-b^4}+\frac{b}{a+b}=4$ $\Leftrightarrow \frac{2b^2\left(a^2+b^2\right)}{\left(a^2+b^2\right)\left(a^2-b^2\right)}+\frac{b}{a+b}=4$	*0,25*
	$\Leftrightarrow \frac{2b^2}{a^2-b^2}+\frac{b}{a+b}=4$ $\Leftrightarrow \frac{2b^2}{a^2-b^2}+\frac{b(a-b)}{a^2-b^2}=4$ $\Leftrightarrow \frac{ab+b^2}{a^2-b^2}=4$ $\Leftrightarrow \frac{b(a+b)}{(a+b)(a-b)}=4$	*0,25*
	$\Leftrightarrow \frac{b}{a-b}=4 \Leftrightarrow 4a=5b$ $\Leftrightarrow \frac{a}{5}=\frac{b}{4} \Rightarrow \frac{a^2}{5^2}=\frac{b^2}{4^2}$ Từ $a^2=2025+b^2 \Leftrightarrow a^2-b^2=2025$	*0,25*
	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{a^2}{5^2}=\frac{b^2}{4^2}=\frac{a^2-b^2}{25-16}=\frac{2025}{9}=225$ $\Rightarrow \frac{a}{5}=\frac{b}{4}=15$ (vì $a>0, b>0$). suy ra: $a=75,\ b=60$.	*0,25*
	Thay $a=75, b=60$ vào biểu thức P ta có: $P=(75-60-10)^2+2000=5^2+2000=2025$	*0,25*
	Vậy $P=2025$.	*0,25*
	Chú ý: nếu học sinh xét thừa trường hợp thì trừ 0,25 điểm.	

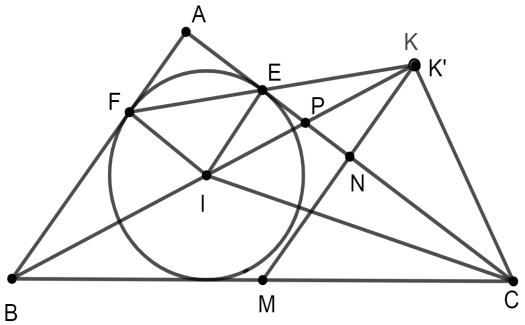
Câu 3	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 13\sqrt{x-1}+9\sqrt{y+2}=16x & (1) \\ \left(x^2+x\right)\sqrt{x-y+3}=2x^2+x+y+1 & (2) \end{cases}$	***2,0***
	Điều kiện $\begin{cases} x\ge 1 \\ y\ge -2 \\ x-y+3\ge 0 \end{cases}$	0,25
	Từ phương trình (2) ta có $\left(x^2+x\right)\sqrt{x-y+3}=2\left(x^2+x\right)-x+y+1$ $\Leftrightarrow \left(x^2+x\right)\left(\sqrt{x-y+3}-2\right)+x-y-1=0$	0,25
	$\Leftrightarrow \left(x^2+x\right)\dfrac{x-y-1}{\sqrt{x-y+3}+2}+x-y-1=0$ $\Leftrightarrow \left(x-y-1\right)\left(\dfrac{x^2+x}{\sqrt{x-y+3}+2}+1\right)=0$	0,25
	Vì $x\ge 1$ nên $\dfrac{x^2+x}{\sqrt{x-y+3}+2}+1>0$	0,25
	Suy ra: $x-y-1=0\Leftrightarrow y=x-1$ thế vào phương trình (1) ta được: $13\sqrt{x-1}+9\sqrt{x+1}=16x$	*0,25*
	$\Leftrightarrow 13\left(x-1-\sqrt{x-1}+\dfrac{1}{4}\right)+3\left(x+1-3\sqrt{x+1}+\dfrac{9}{4}\right)=0$ $\Leftrightarrow 13\left(\sqrt{x-1}-\dfrac{1}{2}\right)^2+3\left(\sqrt{x+1}-\dfrac{3}{2}\right)^2=0$	*0,25*
	Vì $\left(\sqrt{x-1}-\dfrac{1}{2}\right)^2\ge 0;\left(\sqrt{x+1}-\dfrac{3}{2}\right)^2\ge 0$ với mọi $x\ge 1$ nên $13\left(\sqrt{x-1}-\dfrac{1}{2}\right)^2+3\left(\sqrt{x+1}-\dfrac{3}{2}\right)^2\ge 0$ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $\begin{cases} \sqrt{x-1}=\dfrac{1}{2} \\ \sqrt{x+1}=\dfrac{3}{2} \end{cases}$ Suy ra: $x=\dfrac{5}{4}\Rightarrow y=\dfrac{1}{4}$ (thỏa mãn).	*0,25*
	Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y)$ là $\left(\dfrac{5}{4};\dfrac{1}{4}\right)$.	*0,25*
Câu 4	Cho các chữ số $0;1;2;3;4;5;6;7;8;9$. Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau viết được từ các chữ số nói trên. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập hợp X. Tính xác suất của biến cố A: "Số lấy ra là số lớn hơn 59000" .	***2,0***
	Gọi số có 5 chữ số khác nhau là $\overline{abcde}$ $(a\ne 0)$. Vì $a\ne 0$ nên a có 9 cách chọn, b có 9 cách chọn, c có 8 cách chọn, d có 7 cách chọn, e có 6 cách chọn.	*0,25*

	Số các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được viết từ các chữ số $0;1;2;3;4;5;6;7;8;9$ là: $9\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6=27216$ (số). Suy ra có 27216 kết quả có thể. Các kết quả là đồng khả năng xảy ra.	*0,25*
	Để $\overline{abcde}$ lớn hơn 59000 nên ta xét các trường hợp: Trường hợp 1: $a=5$; $b=9$ thì c có 8 cách chọn, d có 7 cách chọn, e có 6 cách chọn.	*0,25*
	Suy ra có $8\cdot 7\cdot 6=336$ (số).	*0,25*
	Trường hợp 2: $a>5$ thì a có 4 cách chọn, b có 9 cách chọn, c có 8 cách chọn, d có 7 cách chọn, e có 6 cách chọn.	*0,25*
	Suy ra có $4\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6=12096$ (số).	*0,25*
	Vậy có $336+12096=12432$ kết quả thuận lợi cho biến cố A.	*0,25*
	Xác suất của biến cố A là $P(A)=\dfrac{12432}{27216}=\dfrac{37}{81}$.	*0,25*
Câu 5	Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình: $(2x-y-2)^2=7(x-2y-y^2-1)$.	***2,0***
	Phương trình đã cho tương đương với: $2(2x-y-2)^2=7(2x-y-2-2y^2-3y)$ $\Leftrightarrow 2(2x-y-2)^2=7(2x-y-2)-7(2y^2+3y)$ $\Leftrightarrow 2(2x-y-2)^2-7(2x-y-2)+7(2y^2+3y)=0$	0,5
	Đặt $t=2x-y-2$ $(t\in\mathbb{Z})$, ta được: $2t^2-7t+7(2y^2+3y)=0$	0,25
	$\Leftrightarrow 16t^2-56t+49+7(16y^2+24y+9)=112$ $\Leftrightarrow (4t-7)^2+7(4y+3)^2=112$	0,25
	Vì $(4t-7)^2>0$ với mọi $t\in\mathbb{Z}$ nên $7(4y+3)^2<112$ suy ra $(4y+3)^2<16$	0,25
	$\Leftrightarrow -4<4y+3<4$ $\Leftrightarrow -7<4y<1$ $\Leftrightarrow \dfrac{-7}{4}<y<\dfrac{1}{4}$ Mà $y\in\mathbb{Z}$ nên $y\in\{-1;0\}$	0,25
	Với $y=-1$ thì $(4t-7)^2=105$ (loại). Với $y=0$ thì $(4t-7)^2=49$ suy ra $t=\dfrac{7}{2}$ hoặc $t=0$ Mà $t\in\mathbb{Z}$ nên $t=0$, khi đó: $x=1$ (thỏa mãn).	0,25
	Vậy phương trình có nghiệm nguyên $(x;y)$ là $(1;0)$.	0,25
Câu 6	Cho số tự nhiên $n\geq 2$ và số nguyên tố p. Chứng minh rằng nếu $p-1$ chia hết cho n và n^6-1 chia hết cho p thì ít nhất một trong hai số $p-n$ và $p+n$ là số chính phương.	2,0

	Ta có: $n^6-1=\left(n^3\right)^2-1=\left(n^3-1\right)\left(n^3+1\right)$ $=(n-1)\left(n^2+n+1\right)(n+1)\left(n^2-n+1\right).$ Vì $n^6-1 \vdots p$ và p là số nguyên tố nên ta xét các trường hợp sau:	0,25
	Trường hợp 1: $n-1 \vdots p \Rightarrow n-1=lp\ \left(l \in \mathbb{N}^*\right) \Leftrightarrow n=lp+1$	0,25
	Mà $p-1 \vdots n$ nên ta có: $(p-1) \vdots (lp+1) \Rightarrow p-1 \geq lp+1$ (vì $p-1>0$) $\Rightarrow (l-1)p \leq -2 \Rightarrow l-1<0 \Rightarrow l<1$ (loại vì $l \in \mathbb{N}^*$)	0,25
	Trường hợp 2: $n+1 \vdots p \Rightarrow n+1=ap\left(a \in \mathbb{N}^*\right) \Leftrightarrow n=ap-1$ Mà $p-1 \vdots n$ nên ta có: $(p-1) \vdots (ap-1) \Rightarrow p-1 \geq ap-1$ (vì $p-1>0$) $\Rightarrow (a-1)p \leq 0$ $\Rightarrow a-1 \leq 0 \Leftrightarrow a \leq 1$ Mà $a \in \mathbb{N}^* \Rightarrow a=1;\ n=p-1$ Khi đó $p-n=1$ là số chính phương.	0,25
	Trường hợp 3: $n^2+n+1 \vdots p$ Vì $p-1 \vdots n$ nên $p-1=kn\ \left(k \in \mathbb{N}^*\right) \Leftrightarrow p=kn+1$ Ta có: $n^2+n+1=n^2-kn+n+kn+1=n(n-k+1)+kn+1$ là bội của $kn+1$ Suy ra $n(n-k+1) \vdots kn+1$ Do $(n, kn+1)=1$ nên $(n-k+1) \vdots (kn+1)$	0,25
	Với $k,\ n \in \mathbb{N}^*$, ta có: $-(kn+1) \leq -k-1<n-k+1 \leq n \leq kn<kn+1$ Suy ra $n-k+1=0$ hay $k=n+1$. Khi đó $p=n^2+n+1$ Như vậy $p+n=(n+1)^2$ là số chính phương.	0,25
	Trường hợp 4: $n^2-n+1 \vdots p$. Vì $p-1 \vdots n$ nên $p-1=kn\left(k \in \mathbb{N}^*\right) \Leftrightarrow p=kn+1$ Ta có: $n^2-n+1=n^2-kn-n+kn+1=n(n-k-1)+kn+1$ là bội của $kn+1$ Suy ra $n(n-k-1) \vdots kn+1$ Do $(n, kn+1)=1$ nên $(n-k-1) \vdots (kn+1)$	0,25
	Với $k,\ n \in \mathbb{N}^*$, ta có: $-(kn+1) \leq -k-1<n-k-1<n \leq kn<kn+1$ Suy ra $n-k-1=0$ hay $k=n-1$. Khi đó $p=n^2-n+1$ Như vậy $p-n=(n-1)^2$ là số chính phương.	0,25

Câu 7	Có hai chiếc cọc cao $10\,m$ và $30\,m$ đặt vuông góc với mặt đất tại hai vị trí A và B. Biết khoảng cách giữa hai cọc bằng $24\,m$. Người ta đặt một cái chốt ở vị trí M trên mặt đất, nằm giữa hai chân cọc để giăng dây nối đến hai đỉnh C và D của hai cọc (như hình vẽ). Hỏi người ta phải đặt chốt ở vị trí cách A một khoảng bằng bao nhiêu trên mặt đất để tổng độ dài của hai sợi dây đó là ngắn nhất?  	**1,5**
	Đặt $AM = x\ (m), (0 < x < 24)$. Khi đó $MB = 24 - x\ (m)$.	0,25
	Áp dụng định lý Pythagore vào các tam giác vuông CAM và DBM, ta có: $CM = \sqrt{CA^2 + AM^2} = \sqrt{10^2 + x^2}\ (m)$	0,25
	$DM = \sqrt{B\mathrm{D}^2 + BM^2} = \sqrt{30^2 + (24-x)^2}\ (m)$ $CM + DM = \sqrt{10^2 + x^2} + \sqrt{30^2 + (24-x)^2}\ (m)$	0,25
	Ta chứng minh bất đẳng thức sau: Với mọi số thực a,b,c,d thì: $\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{c^2+d^2} \ge \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}$. Thật vậy: Với mọi số thực a,b,c,d thì: $\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{c^2+d^2} \ge \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}\quad (1)$ $\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2+d^2+2\sqrt{(a^2+b^2)(c^2+d^2)} \ge (a+c)^2 + (b+d)^2$ $\Leftrightarrow \sqrt{(a^2+b^2)(c^2+d^2)} \ge ac + b\mathrm{d}\quad (2)$ Nếu $ac + b\mathrm{d} < 0$ thì (2) luôn đúng. Nếu $ac + b\mathrm{d} \ge 0$, bình phương hai vế của (2) ta được: $(ad - bc)^2 \ge 0$ (luôn đúng), suy ra: $\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{c^2+d^2} \ge \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}$ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $ad = bc$.	0,25
	Áp dụng bất đẳng thức trên, ta có: $CM + DM = \sqrt{10^2 + x^2} + \sqrt{30^2 + (24-x)^2} \ge \sqrt{(10+30)^2 + (x+24-x)^2}$ $CM + DM \ge \sqrt{2176}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $10(24-x) = 30x$ suy ra $x = 6$ (thỏa mãn).	0,25
	Vậy người ta phải đặt chốt ở vị trí M cách A một đoạn $6\,m$ thì tổng độ dài hai dây ngắn nhất.	0,25
Câu 8	Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O), ba đường cao $A\mathrm{D}, BF, CE$ cắt nhau tại H, vẽ $OK \perp BC\ (K \in BC)$. Gọi I là trung điểm của AH, gọi J là giao điểm của AH và EF, kẻ đường kính AP của đường tròn (O).	3,5

		
	a. Chứng minh: $OK=\frac{1}{2}AH$ **và** IK **đi qua trung điểm của** EF**.**	**2,0**
	Vì C thuộc đường tròn đường kính AP nên ΔACP vuông tại C $\Rightarrow PC\perp AC$ mà $BH\perp AC\Rightarrow PC//BH$. Tương tự ta có: $PB//CH$ Suy ra tứ giác $BHCP$ là hình bình hành nên BC và HP cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.	0,25
	Mà ΔOBC cân tại O có $OK\perp BC$ nên K là trung điểm của BC do đó K cũng là trung điểm của PH.	0,25
	Tam giác AHP có O và K lần lượt là trung điểm của AP và HP nên OK là đường trung bình của $\Delta APH\Rightarrow OK=\frac{1}{2}AH$.	0,5
	ΔAHF vuông tại F có FI là đường trung tuyến nên $FI=\frac{1}{2}AH$.	0,25
	Tương tự: $EI=\frac{1}{2}AH$ Suy ra $EI=FI$ nên I thuộc đường trung trực của đoạn thẳng EF.	0,25
	Chứng minh tương tự: K thuộc đường trung trực của đoạn thẳng EF. Do đó IK là đường trung trực của đoạn thẳng EF hay IK đi qua trung điểm của EF.	0,5
	b. Đường thẳng qua B **song song với** AC **cắt đường thẳng** CE **tại** S**.** **Chứng minh:** $IF^2=IJ.ID$ **và** $KS//CJ$.	**1,5**
	Gọi L là giao điểm của KI và EF. Vì $IF=IA=\frac{AH}{2}$ nên ΔAIF cân tại $I\Rightarrow\widehat{FAI}=\widehat{IFA}$ Tương tự: $\widehat{KFC}=\widehat{KCF}$ Mà $\widehat{KCF}+\widehat{FAI}=90°$ nên $\widehat{AFI}+\widehat{CFK}=90°\Rightarrow\widehat{IFK}=90°$ ΔIFK vuông tại F có FL là đường cao suy ra: $IF^2=IL.IK$ (1)	0,25

	$\Delta ILJ \backsim \Delta IDK(g.g) \Rightarrow \frac{IL}{ID} = \frac{IJ}{IK} \Rightarrow IL.IK = IJ.ID$ (2) Từ (1) và (2) suy ra : $IF^2 = IJ.ID$.	0,25
	Ta có: $\Delta DBH \backsim \Delta DAC(g.g) \Rightarrow \frac{DB}{DA} = \frac{DH}{DC} \Rightarrow DB.DC = DH.DA$ (3) Lại có: $IF^2 = IJ.ID \Rightarrow IA^2 = ID(ID - JD)$ $\Rightarrow ID.JD = ID^2 - IA^2 = (ID + IA)(ID - IA) = DA.(ID - IH) = DA.HD$ (4)	0,25
	Từ (3) và (4) suy ra: $DB.DC = ID.JD \Rightarrow \frac{DB}{JD} = \frac{ID}{DC}$ ΔDBI và ΔDJC có $\widehat{BDI} = \widehat{JDC} = 90^0$ và $\frac{DB}{JD} = \frac{ID}{DC}$ suy ra $\Delta DBI \backsim \Delta DJC$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{DIB} = \widehat{DCJ}$ (5)	0,25
	Do $BS//AC$ mà $BF \perp AC \Rightarrow BF \perp BS$ suy ra $\widehat{BSC} = \widehat{HBA}$ (cùng phụ với $\widehat{SBE}$) Lại có $\widehat{BCS} = \widehat{BAH}$ (cùng phụ với $\widehat{ABC}$) Suy ra $\Delta SBC \backsim \Delta BHA(g.g) \Rightarrow \frac{SB}{BH} = \frac{BC}{HA} = \frac{2BK}{2IH} = \frac{BK}{IH}$	0,25
	ΔSBK và ΔBHI có: $\widehat{SBK} = \widehat{BHI}$ và $\frac{SB}{BH} = \frac{BK}{IH} \Rightarrow \Delta SBK \backsim \Delta BHI(c.g.c)$ $\Rightarrow \widehat{BKS} = \widehat{HIB}$ hay $\widehat{BKS} = \widehat{DIB}$ (6) Từ (5) và (6) suy ra: $\widehat{BKS} = \widehat{DCJ}$, mà 2 góc này ở vị trí đồng vị nên $KS//CJ$.	0,25
Câu 9	Cho tam giác ABC có ba cạnh tiếp xúc với đường tròn (I). Gọi E,F lần lượt là tiếp điểm của đường tròn (I) với AC và AB. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của BC và AC. Chứng minh ba đường thẳng BI,MN,EF đồng quy.	**1,5**
		
	Gọi K là giao điểm của BI và EF. Ta có $\widehat{BIC} = 180° - \frac{\hat{B}}{2} - \frac{\hat{C}}{2} = 90° + \frac{\hat{A}}{2}$	0,25
	Suy ra $\widehat{KIC} = 90° - \frac{\hat{A}}{2}$	0,25
	Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có: $AE = AF \Rightarrow \Delta AEF$ cân tại A $\Rightarrow \widehat{AEF} = \widehat{AFE} = \frac{180° - \hat{A}}{2} = 90° - \frac{\hat{A}}{2}$ Suy ra $\widehat{KIC} = \widehat{AEF}$ mà $\widehat{KEC} = \widehat{AEF}$ (đối đỉnh).	0,25

	Suy ra $\widehat{KIC}=\widehat{KEC}$.	
	Gọi P là giao điểm của BK và AC. $\Rightarrow \Delta IPC \backsim \Delta EPK$ (g.g) Suy ra $\frac{PI}{PE}=\frac{PC}{PK}$ mà $\widehat{EPI}=\widehat{KPC}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \Delta IEP \backsim \Delta CKP$ (c.g.c) $\widehat{IEP}=\widehat{CKP}=90°$ (hai góc tương ứng) Hay $\widehat{BKC}=90°$ (1)	0,25
	Gọi K' là giao điểm của BI và MN. Vì MN là đường trung bình của ΔABC nên $MN // AB$. Suy ra $\widehat{BK'M}=\widehat{ABK'}$ (so le trong)	0,25
	Mà $\widehat{K'BM}=\widehat{ABK'}$ (Tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow \widehat{BK'M}=\widehat{K'BM} \Rightarrow \Delta BK'M$ cân tại M. $\Rightarrow MB=MK'$ mà $MB=MC \Rightarrow MB=MC=MK'$ Suy ra $\Delta BK'C$ vuông tại K' hay $\widehat{BK'C}=90°$ (2) Từ (1) và (2) suy ra K trùng K'. Vậy ba đường thẳng BI, MN, EF đồng quy.	0,25
Câu 10	Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn: $xyz(x+y+z)=3$. Chứng minh rằng: $x^2+y^2+z^2 \le \frac{1}{243}\left(x^5-2x+4\right)^2\left(y^5-2y+4\right)^2\left(z^5-2z+4\right)^2$.	**1,5**
	Ta có: $x^5-2x+4-\left(x^3+2\right)=x^5-x^3-2x+2$ $=(x-1)^2\left(x^3+2x^2+2x+2\right)\ge 0$ với mọi $x>0$ $\Rightarrow x^5-2x+4\ge x^3+2$ với mọi $x>0$ Tương tự $y^5-2y+4\ge y^3+2$ với mọi $y>0$ $z^5-2z+4\ge z^3+2$ với mọi $z>0$. Suy ra $\left(x^5-2x+4\right)\left(y^5-2y+4\right)\left(z^5-2z+4\right)\ge\left(x^3+2\right)\left(y^3+2\right)\left(z^3+2\right)$ (1)	0,25
	Cần chứng minh bất đẳng thức phụ sau: Cho a,b,c,x,y,z,m,n,p là các số thực dương, ta có: $\left(a^3+b^3+c^3\right)\left(x^3+y^3+z^3\right)\left(m^3+n^3+p^3\right)\ge(axm+byn+czp)^3$ Thật vậy, áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có: $\frac{a^3}{a^3+b^3+c^3}+\frac{x^3}{x^3+y^3+z^3}+\frac{m^3}{m^3+n^3+p^3}\ge\frac{3axm}{\sqrt[3]{\left(a^3+b^3+c^3\right)\left(x^3+y^3+z^3\right)\left(m^3+n^3+p^3\right)}}$ Tương tự, ta có: $\frac{b^3}{a^3+b^3+c^3}+\frac{y^3}{x^3+y^3+z^3}+\frac{n^3}{m^3+n^3+p^3}\ge\frac{3byn}{\sqrt[3]{\left(a^3+b^3+c^3\right)\left(x^3+y^3+z^3\right)\left(m^3+n^3+p^3\right)}}$ $\frac{c^3}{a^3+b^3+c^3}+\frac{z^3}{x^3+y^3+z^3}+\frac{p^3}{m^3+n^3+p^3}\ge\frac{3czp}{\sqrt[3]{\left(a^3+b^3+c^3\right)\left(x^3+y^3+z^3\right)\left(m^3+n^3+p^3\right)}}$ Cộng theo vế ba bất đẳng thức trên ta được: $\left(a^3+b^3+c^3\right)\left(x^3+y^3+z^3\right)\left(m^3+n^3+p^3\right)\ge(axm+byn+czp)^3$ (với a,b,c,x,y,z,m,n,p).	0,25
	Áp dụng bất đẳng thức trên, ta có:	

	$\left(x^3+2\right)\left(y^3+2\right)\left(z^3+2\right)=\left(x^3+1^3+1^3\right)\left(1^3+y^3+1^3\right)\left(1^3+1^3+z^3\right)$ $\geq\left(x\cdot1\cdot1+1\cdot y\cdot1+1\cdot1\cdot z\right)^3=\left(x+y+z\right)^3 \quad (2)$ Từ $(1),(2)$ suy ra: $\left(x^5-2x+4\right)\left(y^5-2y+4\right)\left(z^5-2z+4\right)\geq\left(x+y+z\right)^3$ $\Leftrightarrow\left(x+y+z\right)^6\leq\left(x^5-2x+4\right)^2\left(y^5-2y+4\right)^2\left(z^5-2z+4\right)^2 \quad (3)$	0,25
	Từ bất đẳng thức: $a^2+b^2+c^2\geq ab+bc+ca\Leftrightarrow\left(a+b+c\right)^2\geq3\left(ab+bc+ca\right)$, ta được: $\left(xy+yz+zx\right)^2\geq3xyz\left(x+y+z\right)$.	0,25
	Mặt khác: $\left(x+y+z\right)^6=\left[\left(x+y+z\right)^2\right]^3=\left[x^2+y^2+z^2+\left(xy+yz+zx\right)+\left(xy+yz+zx\right)\right]^3$ $\geq\left[3\sqrt[3]{\left(x^2+y^2+z^2\right)\left(xy+yz+zx\right)\left(xy+yz+zx\right)}\right]^3=27\left(x^2+y^2+z^2\right)\left(xy+yz+zx\right)^2$ $\geq27\left(x^2+y^2+z^2\right)\cdot3xyz\cdot\left(x+y+z\right)=27\left(x^2+y^2+z^2\right)\cdot3\cdot3=243\left(x^2+y^2+z^2\right)$ $\Rightarrow x^2+y^2+z^2\leq\frac{1}{243}\left(x+y+z\right)^6 \quad (4)$	0,25
	Từ $(3),(4)$ suy ra: $x^2+y^2+z^2\leq\frac{1}{243}\left(x^5-2x+4\right)^2\left(y^5-2y+4\right)^2\left(z^5-2z+4\right)^2$ Dấu "=" khi và chỉ khi: $\begin{cases}x-1=y-1=z-1=0\\x^2+y^2+z^2=xy+yz+zx\\xyz\left(x+y+z\right)=3\end{cases}$ Suy ra: $x=y=z=1$. Vậy $x^2+y^2+z^2\leq\frac{1}{243}\left(x^5-2x+4\right)^2\left(y^5-2y+4\right)^2\left(z^5-2z+4\right)^2$, với x,y,z là các số thực dương thỏa mãn: $xyz\left(x+y+z\right)=3$.	0,25

Chú ý:

- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa, điểm thành phần giám khảo tự phân chia trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.

- Để giải các dạng bài tập Hình Học trong đề thi học sinh chỉ sử dụng kiến thức đến tại thời điểm thi. Bài Hình nếu không vẽ hình hoặc vẽ hình sai thì không cho điểm.

- Học sinh được dùng dấu "$\Rightarrow$", "$\Leftrightarrow$"

- Các trường hợp khác tổ chấm thống nhất phương án chấm.

---------- **HẾT** ----------