

* Môn thi: TOÁN

* Ngày thi: 07/4/2024

* Thời gian: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)

ĐỀ

Câu 1 (5,0 điểm).

a) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n thì $A = 2025^n + 112^n - 89^n - 24^n$ chia hết cho 2024.b) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $5x^2 + y^2 - 4xy + 2x + 2y + 9 = 0$.

Câu 2 (5,0 điểm).

a) Giải phương trình $x^2 - 6x + 4 = \sqrt{7x - 4}$.b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 - 3xy - 3x + 4y + 2 = 0 \\ 3x^2 - 2y^2 = 4. \end{cases}$$

Câu 3 (5,0 điểm).

a) Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $a^2 + b = 2ab$. Chứng minh $3a^2 + b \geq \frac{8}{3}$.b) Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn $ab + bc + ca = abc$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{a}{bc(a+1)} + \frac{b}{ca(b+1)} + \frac{c}{ab(c+1)}.$$

Câu 4 (5,0 điểm).

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn (O) . Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại điểm T . Kẻ $AH \perp OT$ ($H \in OT$); đường thẳng AH cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là D . Gọi K là trung điểm của BC .

a) Chứng minh TD là tiếp tuyến của đường tròn (O) .b) Chứng minh tứ giác $BHOC$ nội tiếp đường tròn.c) Chứng minh $\widehat{AKB} = \widehat{ACD}$ và $\triangle ABD \sim \triangle AKC$.d) Chứng minh $\frac{HB}{HC} = \frac{AB^2}{AC^2}$.

----- HẾT -----