

Môn: TOÁN 9

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1. (2,0 điểm)

Cho biểu thức: $P = \left(\frac{x+8}{x\sqrt{x}+8} - \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) : \left(1 - \frac{x-3\sqrt{x}+6}{x-2\sqrt{x}+4} \right)$ với $x \geq 0$; $x \neq 4$.

1. Rút gọn P.
2. Tính giá trị của P với $x = 6 + 4\sqrt{2}$.

Bài 2. (2,0 điểm)

1. Viết phương trình parabol (P) đi qua điểm $M(\sqrt{3}; 3)$ và có đỉnh O.
2. Tìm m để đường thẳng $y = mx - m + 2$ (d) cắt parabol $y = x^2$ (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$; $B(x_2; y_2)$ thỏa mãn $y_1 + y_2 = 12$.

Bài 3. (2,5 điểm)

Cho hai phương trình: $x^2 + (x - 1)^2 = 5$ (1)

$x^2 + mx + n = 0$ (m, n là tham số) (2)

1. Giải phương trình (1).
2. Tìm m và n để mọi nghiệm của phương trình (1) là nghiệm của phương trình (2).
3. Giả sử x_0 là nghiệm của phương trình (2) và $m^2 + n^2 = 2017$. Chứng minh $|x_0| < \sqrt{2018}$.

Bài 4. (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính BC, A là điểm thuộc nửa đường tròn đó sao cho $AB < AC$ (A khác B). Trên dây cung AC lấy điểm E khác A và C; gọi D, H là hình chiếu vuông góc của A trên BC và BE.

1. Chứng minh $\widehat{BAD} = \widehat{BHD}$.
2. Chứng minh $BH.CE = BC.DH$.
3. Gọi K là giao điểm của DH và AC, phân giác góc CKD cắt HE, CD tại M và N; phân giác góc CBE cắt DH, CE tại P và Q. Chứng minh tam giác KPM cân và tứ giác MPNQ là hình thoi.

Bài 5. (0,5 điểm)

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 2y = 8y^2 + \sqrt{1-x^2} \\ \sqrt{x^2 - 2x + 4y + 11} = 1 + \sqrt{x - 4y + 2} \end{cases}$$

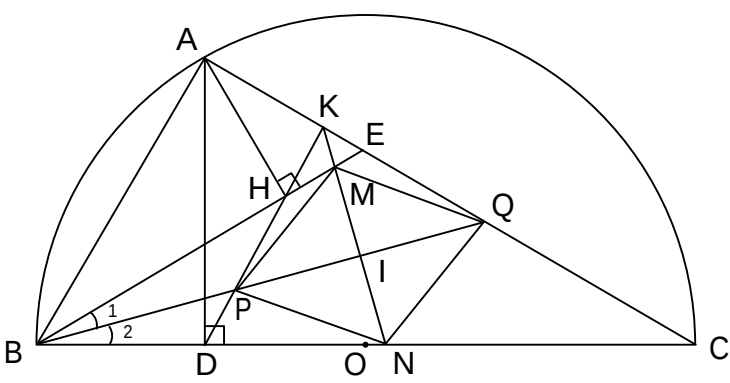
--- HẾT ---

Họ và tên học sinh: Số báo danh:

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM MÔN TOÁN 9

(Gồm 03 trang)

Bài	Câu	Nội dung	Điểm	
1. (2,0đ)	1. (1,5đ)	Với $x \geq 0$; $x \neq 4$ ta có: $P = \left[\frac{x+8}{(\sqrt{x}+2)(x-2\sqrt{x}+4)} - \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right] : \left[\frac{x-2\sqrt{x}+4-x+3\sqrt{x}-6}{x-2\sqrt{x}+4} \right]$	0,5	
		$= \frac{x+8-x+2\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}+2)(x-2\sqrt{x}+4)} : \frac{\sqrt{x}-2}{x-2\sqrt{x}+4}$	0,5	
		$= \frac{2(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(x-2\sqrt{x}+4)} \cdot \frac{x-2\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-2}$	0,25	
		$= \frac{2}{\sqrt{x}-2} . \text{ Vậy với } x \geq 0; x \neq 4 \text{ ta có } P = \frac{2}{\sqrt{x}-2}$	0,25	
	2. (0,5đ)	Xét $x = 6+4\sqrt{2}$ (thỏa mãn $x \geq 0$; $x \neq 4$) ta có $\sqrt{x} = \sqrt{6+4\sqrt{2}} = \sqrt{(2+\sqrt{2})^2}$ $= 2+\sqrt{2} \text{ (vì } 2+\sqrt{2} > 0)$	0,25	
		Khi đó $P = \frac{2}{2+\sqrt{2}-2} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ Vậy với $x = 6+4\sqrt{2}$ thì $P = \sqrt{2}$	0,25	
	2. (2,0đ)	1. (1,0đ)	Gọi phương trình parabol (P), đỉnh O có dạng $y = ax^2 \text{ (} a \neq 0 \text{)}$	0,25
			Do $M(\sqrt{3};3) \in (P)$ ta có $3 = a.(\sqrt{3})^2 = 3a \Leftrightarrow a = 1$ (thỏa mãn $a \neq 0$)	0,5
			Vậy (P): $y = x^2$	0,25
		2. (1,0đ)	Xét phương trình hoành độ giao điểm giữa (d): $y = mx - m + 2$ với (P): $y = x^2$, phương trình đó là: $x^2 = mx - m + 2$ $\Leftrightarrow x^2 - mx + m - 2 = 0$	0,25
$\Delta = m^2 - 4(m-2) = (m-2)^2 + 4 > 0 \quad \forall m$				
$\Rightarrow$ Phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 với $\forall m$. Vậy (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1;y_1); B(x_2;y_2)$ với $\forall m$.			0,25	
Áp dụng định lí Viét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$				
Khi đó $y_1 + y_2 = 12 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 = 12$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 12 \Leftrightarrow m^2 - 2(m-2) = 12$ $\Leftrightarrow m^2 - 2m - 8 = 0$			0,25	
$\Leftrightarrow m = -2 ; m = 4$				
Vậy $m = -2 ; m = 4$ là giá trị cần tìm.			0,25	

Bài	Câu	Nội dung	Điểm
3. (2,5đ)	1. (1,0đ)	Xét phương trình: $x^2 + (x - 1)^2 = 5$ (1) $\Leftrightarrow x^2 + x^2 - 2x + 1 = 5 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$	0,5
		Phương trình có $a - b + c = 1 + 1 - 2 = 0 \Rightarrow x = -1; x = 2$ Vậy phương trình (1) có tập nghiệm là $S = \{-1; 2\}$	0,5
	2. (1,0đ)	Theo câu 1, phương trình (1) có tập nghiệm là $S = \{-1; 2\}$. Do đó mọi nghiệm của (1) là nghiệm của (2) thì $x = -1; x = 2$ là nghiệm của (2). Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} m - n = 1 \\ 2m + n = -4 \end{cases}$	0,5
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m = -3 \\ m - n = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n = -2 \end{cases}$ Vậy $(m; n) = (-1; -2)$ là giá trị cần tìm.	0,5
	3. (0,5đ)	Do x_0 là nghiệm của phương trình (2) $\Rightarrow x_0^2 + mx_0 + n = 0$ $\Leftrightarrow x_0^2 = -(mx_0 + n) \Rightarrow x_0^4 = (mx_0 + n)^2$ Áp dụng BĐT (B.C.S) ta có $(mx_0 + n)^2 \leq (m^2 + n^2)(x_0^2 + 1)$ $= 2017(x_0^2 + 1)$ Suy ra $x_0^4 \leq 2017(x_0^2 + 1)$	0,25
		Lại có $x_0^4 - 1 < x_0^4$ nên $x_0^4 - 1 < 2017(x_0^2 + 1)$ $\Leftrightarrow x_0^2 - 1 < 2017$ (vì $x_0^2 + 1 > 0$) $\Leftrightarrow x_0^2 < 2018 \Leftrightarrow x_0 < \sqrt{2018}$	0,25
4. (3,0đ)			
	1. (1,0đ)	Do D, H là hình chiếu vuông góc của A trên BC và BE $\Rightarrow AD \perp BC; AH \perp BE \Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{AHB} = 90^\circ$ $\Rightarrow D, H \in$ đường tròn đường kính AB. Vậy tứ giác ABDH nội tiếp $\Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{BHD}$ (1) (2 góc nội tiếp cùng chắn cung BD)	0,5
			0,5
	2. (1,0đ)	Do $A \in (O)$, đường kính BC $\Rightarrow \widehat{BAC} = 90^\circ$, mà $\widehat{ADC} = 90^\circ$ (Do $AD \perp BC$) $\Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{ACD}$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{BHD} = \widehat{ACD}$ Hay $\widehat{BHD} = \widehat{BCE}$	0,5
		Xét $\triangle BHD$ và $\triangle BCE$ có $\begin{cases} \text{chung góc B} \\ \widehat{BHD} = \widehat{BCE} \end{cases} \Rightarrow \triangle BHD \sim \triangle BCE$ (g.g) $\Rightarrow \frac{BH}{BC} = \frac{DH}{CE} \Rightarrow BH \cdot CE = BC \cdot DH$	0,5

Bài	Câu	Nội dung	Điểm
	3. (1,0đ)	Ta có $\widehat{KPQ} = \widehat{B_1} + \widehat{BHD}$ (góc ngoài tam giác BHP) $= \widehat{B_2} + \widehat{C}$ (Vì $\widehat{B_1} = \widehat{B_2}$ do BQ là phân giác $\widehat{CBE}$ và $\widehat{BHD} = \widehat{C}$ theo chứng minh trên) Lại có $\widehat{KQP} = \widehat{B_2} + \widehat{C}$ (góc ngoài $\triangle BCQ$) Suy ra: $\widehat{KPQ} = \widehat{KQP}$ Vậy $\triangle KPQ$ cân tại K.	0,5
		Gọi I là giao điểm của PQ và MN. Xét $\triangle KPQ$ cân ở K có KI là phân giác $\Rightarrow KI \perp PQ$ và $IP = IQ$ (3) Xét $\triangle BMN$ có BI là phân giác, $BI \perp MN \Rightarrow IM = IN$ (4) Từ (3) và (4) $\Rightarrow$ tứ giác MPNQ là hình thoi.	0,5
5. (0,5đ)		Xét hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 8y^2 + \sqrt{1-x^2} & (1) \\ \sqrt{x^2 - 2x + 4y + 11} = 1 + \sqrt{x - 4y + 2} & (2) \end{cases}$ ĐKXD: $\begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 - 2x + 4y + 11 \geq 0 \\ x - 4y + 2 \geq 0 \end{cases} \quad (*)$ Từ PT (1) $\Rightarrow 8y^2 - 2y = x - \sqrt{1-x^2} \leq x \leq 1$ (3) $\Rightarrow 8y^2 - 2y \leq 1$ $\Leftrightarrow 8y^2 - 2y - 1 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq y \leq \frac{1}{2}$ Khi đó $\sqrt{x^2 - 2x + 4y + 11} \geq \sqrt{(x-1)^2 + 9} \geq 3$	0,25
		Vậy từ PT (2) $\Rightarrow 1 + \sqrt{x - 4y + 2} \geq 3 \Leftrightarrow x - 4y + 2 \geq 4$ $\Leftrightarrow x \geq 4y + 2 \geq 1$ (4) Từ (3), (4) suy ra $x = 1; y = -\frac{1}{4}$ (thỏa mãn (*)) Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x; y) = \left(1; -\frac{1}{4}\right)$	0,25

Lưu ý:

- Trên đây là các bước giải cụ thể cho từng câu, từng ý và biểu điểm tương ứng, thí sinh phải có lời giải chặt chẽ, chính xác mới công nhận cho điểm.
- Thí sinh có cách giải khác đúng đến đâu cho điểm thành phần đến đó.
- Bài 4, thí sinh phải vẽ hình chính xác và nội dung chứng minh phù hợp với hình vẽ mới được công nhận cho điểm.
- Điểm toàn bài thi là tổng các điểm các thành phần làm tròn đến 0,5đ.