

Câu 1. (4,0 điểm)

1. Tính: $\sqrt{\frac{32^{24} + 4^{10}}{8^4 + 16^{28}}}$.

2. Tính nhanh : a) $A = \frac{13}{4.9} - \frac{23}{9.14} + \frac{33}{14.19} - \frac{43}{19.24} + \dots + \frac{93}{44.49} - \frac{103}{49.54}$;

b) $B = \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \frac{1}{36} + \frac{1}{60} + \frac{1}{90} + \frac{1}{126}$.

3. Cho $2^x = 8^{y+1}$ và $9^y = 3^{x-9}$ ($x, y \in \mathbb{N}$). Tính giá trị của biểu thức $x - 2y^2$.

Câu 2. (4,0 điểm)

1. Tìm các số a, b, c biết: $(a - b - 1) : (a + b - 1) : (a - 1)b = 3 : 7 : 30$.

2. Tìm x, biết: $||3x - 2| - 5| = 4x - 5$.

Câu 3. (4,0 điểm)

1. Số M được chia thành ba phần tỉ lệ với nhau như 0,25: 0,375 : 0,1(3). Tìm số M, biết rằng tổng các bình phương của ba phần đó bằng 4564. (Lưu ý: $1,(3) = \frac{4}{3}$).

2. Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức $N = \frac{3x^2 - 4x + 1}{x - 2}$ có giá trị nguyên.

Câu 4. (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC có $\angle ABC = \angle ACB = 30^\circ$. Trên tia đối của tia AC lấy điểm D sao cho $AD = AC$. Lấy điểm E thuộc cạnh CD sao cho $\angle DBE = 30^\circ$. Gọi P là điểm trên cạnh BC sao cho $BP = BD$. Vẽ PQ vuông góc với CD.

a) Chứng minh rằng tam giác AEB là tam giác vuông.

b) Chứng minh rằng $\frac{1}{BE^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{BD^2}$.

c) Chứng minh rằng $EB = EQ$.

d) So sánh hai đoạn thẳng AE và AQ.

Câu 5. (2,0 điểm)

So sánh A và B biết:

$$A = \frac{2016}{2017} + \frac{2017}{2018} + \frac{2018}{2019} + \frac{2019}{2016} \text{ và } B = \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{63}.$$

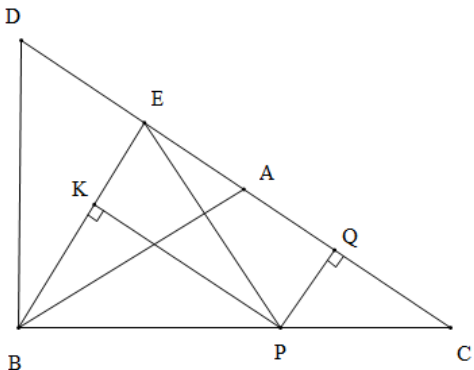
..... Hết

Thí sinh không được sử dụng tài liệu, giám thị không giải thích gì thêm!

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	1	Tính: $\sqrt{\frac{32^{24} + 4^{10}}{8^4 + 16^{28}}}$	1,0
		$\sqrt{\frac{32^{24} + 4^{10}}{8^4 + 16^{28}}} = \sqrt{\frac{(2^5)^{24} + (2^2)^{10}}{(2^3)^4 + (2^4)^{28}}} = \sqrt{\frac{2^{120} + 2^{20}}{2^{12} + 2^{112}}}$	0,25
		$= \sqrt{\frac{2^{20}(2^{100} + 1)}{2^{12}(2^{100} + 1)}}$	0,25
		$= \sqrt{2^8} = \sqrt{(2^4)^2} = 2^4$	0,25
		$= 16$	0,25
	2a)	Tính nhanh : $A = \frac{13}{4.9} - \frac{23}{9.14} + \frac{33}{14.19} - \frac{43}{19.24} + \dots + \frac{93}{44.49} - \frac{103}{49.54}$	1,0
		$A = \frac{13}{4.9} - \frac{23}{9.14} + \frac{33}{14.19} - \frac{43}{19.24} + \dots + \frac{93}{44.49} - \frac{103}{49.54}$	0,25
		$= \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{9}\right) - \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{14}\right) + \left(\frac{1}{14} + \frac{1}{19}\right) - \left(\frac{1}{19} + \frac{1}{24}\right) + \dots + \left(\frac{1}{44} + \frac{1}{49}\right) - \left(\frac{1}{49} + \frac{1}{54}\right)$	
		$= \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} + \frac{1}{19} - \frac{1}{19} - \frac{1}{24} + \dots + \frac{1}{44} + \frac{1}{49} - \frac{1}{49} - \frac{1}{54}$	0,25
		$= \frac{1}{4} - \frac{1}{54}$	0,25
		$= \frac{25}{108}$	0,25
	2b)	Tính nhanh B = $\frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \frac{1}{36} + \frac{1}{60} + \frac{1}{90} + \frac{1}{126}$	1,0
		$B = \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \frac{1}{36} + \frac{1}{60} + \frac{1}{90} + \frac{1}{126} = \frac{3}{18} + \frac{3}{54} + \frac{3}{108} + \frac{3}{180} + \frac{3}{270} + \frac{3}{378}$	0,25
		$= \frac{3}{3.6} + \frac{3}{6.9} + \frac{3}{9.12} + \frac{3}{12.15} + \frac{3}{15.18} + \frac{3}{18.21}$	
		$= \frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{12} + \frac{1}{12} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{18} + \frac{1}{18} - \frac{1}{21}$	0,25
		$= \frac{1}{3} - \frac{1}{21}$	0,25
		$= \frac{7-1}{21} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$	0,25

	3	Cho $2^x = 8^{y+1}$ và $9^y = 3^{x-9}$ ($x, y \in \mathbb{N}$). Tính $x - 2y^2$	1,0
		$2^x = 8^{y+1} = (2^3)^{y+1} = 2^{3y+3} \Rightarrow x = 3y + 3$ (1)	0,25
		$9^y = 3^{x-9} = (3^2)^y = 3^{2y} \Rightarrow x - 9 = 2y$ (2)	
		Thay $x = 3y + 3$ vào (2) ta được: $3y + 3 - 9 = 2y \Rightarrow y = 6$	0,25
		Thay $y = 6$ vào (1) ta được: $x = 3.6 + 3 = 21$	0,25
		Vậy $x - 2y^2 = 21 - 2.6^2 = -51$.	0,25
2	1	Tìm a, b, c biết $(a - b - 1):(a + b - 1):(a - 1)b = 3 : 7 : 30$	2,0
		$(a - b - 1) : (a + b - 1) : (a - 1)b = 3 : 7 : 30$ $\Rightarrow \frac{a-b-1}{3} = \frac{a+b-1}{7} = \frac{(a-1)b}{30} = \frac{(a-b-1)+(a+b-1)}{3+7} = \frac{a-1}{5}$ $(a - 1 \neq 0)$	0,5
		$\frac{(a-1)b}{30} = \frac{a-1}{5} \Rightarrow \frac{(a-1)b}{a-1} = \frac{30}{5} = 6 \Rightarrow b = 6$ ($a - 1 \neq 0$)	0,5
		$\frac{a-b-1}{3} = \frac{a-1}{5} \Rightarrow \frac{a-6-1}{3} = \frac{a-1}{5} = \frac{a-1-(a-7)}{5-3} = \frac{6}{2} = 3$ $\Rightarrow a - 1 = 5.3 = 15 \Rightarrow a = 16$	0,75
		Vậy $a = 16, b = 6$	0,25
	2	Tìm x, biết: $\ 3x - 2 - 6 = 4x - 5$ (1)	2,0
		Vì $\ 3x - 2 - 5 \geq 0$ với mọi x nên từ (1) ta suy ra $4x - 5 \geq 0$ $\Rightarrow x \geq \frac{5}{4}$ (2)	0,25
		$\Rightarrow 3x \geq \frac{15}{4} \Rightarrow 3x - 2 \geq \frac{7}{8} \Rightarrow 3x - 2 > 0 \Rightarrow 3x - 2 = 3x - 2$ $\Rightarrow \ 3x - 2 - 6 = 3x - 2 - 6 = 3x - 8 $	0,5
		Do đó: $\ 3x - 2 - 6 = 4x - 5 \Leftrightarrow 3x - 8 = 4x - 5$	0,25
		$\Rightarrow \begin{cases} 3x - 8 = 4x - 5 \\ 3x - 8 = -(4x - 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ 7x = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = \frac{13}{7} \end{cases}$ (3)	0,5
		Từ (1) và (2) suy ra $x = \frac{12}{7}$. Vậy $x = \frac{12}{7}$.	0,5
3	1	Số M được chia thành ba phần tỉ lệ với nhau như 0,25: 0,375 : 0,1(3). Tìm số M, biết rằng tổng các bình phương của ba phần đó bằng 4564. (Lưu ý: $1,(3) = \frac{4}{3}$)	2,0
		Ta có $0,25 : 0,375 : 1,(3) = \frac{1}{4} : \frac{3}{8} : \frac{4}{3} = \frac{6}{24} : \frac{9}{24} : \frac{32}{24} = 6 : 9 : 32$	0,5
		Giả sử M được chia thành ba phần x, y, z.	0,25

		Theo đề bài ta có: $\frac{x}{6} = \frac{y}{9} = \frac{z}{32}$ và $x^2 + y^2 + z^2 = 4564$.										
		Đặt $\frac{x}{6} = \frac{y}{9} = \frac{z}{32} = k \Rightarrow x = 6k, y = 9k, z = 32k$ Vì $x^2 + y^2 + z^2 = 4564$ nên $(6k)^2 + (9k)^2 + (32k)^2 = 4564$ $\Leftrightarrow 1141k^2 = 4564 \Leftrightarrow k^2 = 4 \Leftrightarrow k = \pm 2$	0,5									
		Với $k = 2$ thì $\frac{x}{6} = \frac{y}{9} = \frac{z}{32} = \frac{x+y+z}{6+9+32} = 2 \Rightarrow \frac{M}{47} = 2 \Rightarrow M = 94$	0,25									
		Với $k = -2$ thì $\frac{x}{6} = \frac{y}{9} = \frac{z}{32} = \frac{x+y+z}{6+9+32} = -2 \Rightarrow \frac{M}{47} = -2 \Rightarrow M = -94$	0,25									
		Vậy $M \in \{94; -94\}$	0,25									
2		Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để biểu thức $N = \frac{3x^2 - 4x + 1}{x - 2}$ có giá trị nguyên	2,0									
		Ta có $N = \frac{3x^2 - 4x + 1}{x - 2} = \frac{3x(x - 2) + 2(x - 2) + 5}{x - 2} = 3x + 2 + \frac{5}{x - 2}$	0,5									
		Với $x \in \mathbb{Z}$ ta có $3x + 2, x - 2$ là số nguyên. N có giá trị nguyên $\Leftrightarrow \frac{5}{x - 2}$ có giá trị nguyên	0,25									
		$\Leftrightarrow x - 2 \in U(5) \Leftrightarrow x - 2 \in \{\pm 1; \pm 5\}$	0,25									
		Ta có bảng sau: <table><tr><td>$x - 2$</td><td>1</td><td>-1</td><td>5</td><td>-5</td></tr><tr><td>x</td><td>3</td><td>1</td><td>7</td><td>-3</td></tr></table> Vậy các giá trị nguyên của x cần tìm là $x \in \{\pm 3; 1; 7\}$.	$x - 2$	1	-1	5	-5	x	3	1	7	-3
$x - 2$	1	-1	5	-5								
x	3	1	7	-3								
4		Cho $\triangle ABC$ có $\angle ABC = \angle ACB = 30^\circ$. Trên tia đối của tia AC lấy điểm D sao cho $AD = AC$. Lấy điểm E thuộc cạnh CD sao cho $\angle DBE = 30^\circ$. Gọi P là điểm trên cạnh BC sao cho $BP = BD$. Vẽ PQ vuông góc với CD. a) Chứng minh rằng $\triangle AEB$ là tam giác vuông. b) Chứng minh rằng $\frac{1}{BE^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{BD^2}$. c) Chứng minh rằng $EB = EQ$. d) So sánh hai đoạn thẳng AE và AQ.	6,0									
	a)		2,0									

	Ta có $ABC = ACB = 30^\circ$ và $AD = AC$ nên $AB = AC = AD = \frac{CD}{2}$	0,5
	$\Rightarrow \Delta ABC$ và ΔABD cân tại A $\Rightarrow ABC = ACB; ABD = ADB$ $\Rightarrow ABC + ABD = \frac{1}{2}(ABC + ACB + ABD + ADB) = \frac{1}{2}.180^\circ = 90^\circ$ $\Rightarrow \Delta CBD$ vuông tại B	0,5
	$\Rightarrow CBE = CBD - DBE = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$	0,5
	$\Rightarrow BEC = 180^\circ - CBE - C = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ$ Vậy ΔAEB vuông tại E	0,5
b)		1,5
	Vì ΔCBD vuông tại B, $BE \perp CD$ nên $BE.CD = BC.BD (= 2S_{CBD})$	0,5
	$\Rightarrow BE^2.CD^2 = BC^2.BD^2 \Rightarrow \frac{1}{BE^2} = \frac{CD^2}{BC^2.BD^2}$ (1)	0,25
	ΔCBD vuông tại B $\Rightarrow CD^2 = BC^2 + BD^2$ (Định lí Py-ta-go) (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra $\frac{1}{BE^2} = \frac{BC^2 + BD^2}{BC^2.BD^2} \Rightarrow \frac{1}{BE^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{BD^2}$	0,5
c)		1,5
	Vẽ $PK \perp BE$ ($K \in BE$). Xét ΔEBD ($BED = 90^\circ$) và ΔKPB ($PKB = 90^\circ$) có: $BA = BP$ (giả thiết), $DBE = BPK$ (vì cùng phụ với góc KBP) Do đó $\Delta EBD = \Delta KPB$ (cạnh huyền – góc nhọn) $\Rightarrow BE = PK$ (hai cạnh tương ứng) (3)	0,5
	Ta có: $PK \perp BE$ và $QE \perp BE$ nên $KP \parallel EQ \Rightarrow KPE = QEP$	0,25
	Xét ΔKPE ($PKE = 90^\circ$) và ΔQEP ($EQP = 90^\circ$) có: PE (cạnh chung), $KPE = QEP$ (chứng minh trên) Do đó $\Delta KPE = \Delta QEP$ (cạnh huyền – góc nhọn) $\Rightarrow KP = EQ$ (hai cạnh tương ứng) (4)	0,5
	Từ (3) và (4) suy ra $EB = EQ$	0,25
d)		1,0
	ΔCBD vuông tại B có $C = 30^\circ$ nên $D = 60^\circ$ Mà $BAD = 180^\circ - BAC = 60^\circ$ nên ΔBAD đều BE và đường cao của tam giác đều BAD, suy ra $AE = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}AB > \frac{1}{2}BE$ (ΔBAE vuông tại E nên $AB > AE$) $\Rightarrow AE > \frac{1}{2}EQ$ ($EB = EQ$, theo câu c)) (5)	0,5
	$\Rightarrow AQ = EQ - AE < EQ - \frac{1}{2}EQ \Rightarrow AQ < \frac{1}{2}EQ$ (6) Từ (5) và (6) suy ra $AE < AQ$.	0,5

5		So sánh $A = \frac{2016}{2017} + \frac{2017}{2018} + \frac{2018}{2019} + \frac{2019}{2016}$ và $B = \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{63}$	2,0
		$A = \frac{2018}{2019} + \frac{2019}{2020} + \frac{2020}{2021} + \frac{2021}{2018}$ $= \left(1 - \frac{1}{2019}\right) + \left(1 - \frac{1}{2020}\right) + \left(1 - \frac{1}{2021}\right) + \left(1 + \frac{3}{2018}\right)$ $= 3 + \left(\frac{1}{2018} - \frac{1}{2019}\right) + \left(\frac{1}{2018} - \frac{1}{2020}\right) + \left(\frac{1}{2018} - \frac{1}{2021}\right)$ $\frac{1}{2018} > \frac{1}{2019} \Rightarrow \frac{1}{2018} - \frac{1}{2019} > 0; \quad \frac{1}{2018} > \frac{1}{2020} \Rightarrow \frac{1}{2018} - \frac{1}{2020} > 0;$ $\frac{1}{2018} > \frac{1}{2021} \Rightarrow \frac{1}{2018} - \frac{1}{2021} > 0$ Suy ra: $3 + \left(\frac{1}{2018} - \frac{1}{2019}\right) + \left(\frac{1}{2018} - \frac{1}{2020}\right) + \left(\frac{1}{2018} - \frac{1}{2021}\right) > 3$ Do đó $A > 3$ (*) $B = \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{63}$ $= \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{15}\right) + \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{17} + \dots + \frac{1}{31}\right) + \left(\frac{1}{32} + \frac{1}{33} + \dots + \frac{1}{63}\right) \quad (1)$ $\frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{15} < \underbrace{\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{8}}_{8 \text{ số hạng}} = 1 \Rightarrow \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{15} < 1 \quad (2)$ $\frac{1}{16} + \frac{1}{17} + \dots + \frac{1}{31} < \underbrace{\frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{16}}_{16 \text{ số hạng}} = 1 \Rightarrow \frac{1}{16} + \frac{1}{17} + \dots + \frac{1}{31} < 1 \quad (3)$ $\frac{1}{32} + \frac{1}{33} + \dots + \frac{1}{63} < \underbrace{\frac{1}{32} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{32}}_{32 \text{ số hạng}} = 1 \Rightarrow \frac{1}{32} + \frac{1}{33} + \dots + \frac{1}{63} < 1 \quad (4)$ Từ (1), (2), (3), (4) suy ra $B < 3$ (**) Từ (*) và (**) suy ra $A > B$.	1,0

Chú ý:

1. Trên đây chỉ là một cách giải. Các cách giải khác nếu đúng thì vẫn cho điểm tối đa, điểm thành phần giám khảo tự phân chia trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.
2. Bài hình, nếu không có hình vẽ hoặc vẽ hình sai cơ bản thì không cho điểm.
3. Các trường hợp khác tổ chấm thống nhất phương án chấm. Các điểm thành phần chấm đến 0,25đ. Điểm toàn bài là tổng điểm của các câu và không làm tròn.