

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP HUYỆN
HUYỆN TRIỆU SƠN

NĂM HỌC 2021 – 2022

Môn: Toán

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 31/12/2021

(Đề có 01 trang, gồm 05 câu)

Câu I. (4,0 điểm)

1. Cho biểu thức: $A = \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} + \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\right)$.

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Chứng minh rằng: $A > 6$, với mọi x thỏa mãn điều kiện xác định.

2. Cho ba số thực a, b, c khác không thỏa mãn $a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = -2$. Tính giá trị biểu thức: $P = (a^{2021} + b^{2021})(b^{2021} + c^{2021})(c^{2021} + a^{2021})$.

Câu II. (4,0 điểm)

1. Giải phương trình: $x^2 + 3x + 5 = 2\sqrt{(x+3)(x^2 + 2x + 2)}$

2. Tìm cặp số $(x; y)$ đồng thời thỏa mãn 2 đẳng thức (1), (2) sau đây:

$$x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{9}{2} \quad (1); \quad \frac{1}{4} + \frac{3}{2}\left(x + \frac{1}{y}\right) = xy + \frac{1}{xy} \quad (2).$$

Câu III. (4,0 điểm)

1. Tìm các số nguyên x và y thỏa mãn: $5x^2 + 2xy + y^2 - 4x - 40 = 0$.

2. Cho a, b, c là các số nguyên thỏa mãn: $a^3 + b^3 = 2021c^3$. Chứng minh rằng: $a + b + c$ chia hết cho 3.

Câu IV. (6,0 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Gọi EF là dây cung di động trên nửa đường tròn sao cho E thuộc cung AF và $EF = \frac{AB}{2}$. Gọi H là giao điểm của AF, BE , C là giao điểm của AE, BF , I là giao điểm của CH, AB .

1. Chứng minh rằng tam giác ACI và tam giác ABE đồng dạng với nhau.

2. Đường thẳng AF cắt tiếp tuyến tại B của (O) ở N , các tiếp tuyến tại A, F của (O) cắt nhau ở M . Chứng minh: $ON \perp MB$.

3. Xác định vị trí EF trên nửa đường tròn để tứ giác $AEFB$ có diện tích lớn nhất.

Câu V. (2,0 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn: $abc = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{(a+1)^2} + \frac{1}{(b+1)^2} + \frac{1}{(c+1)^2} + \frac{2}{(a+1)(b+1)(c+1)}$$

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.