

Chương I CĂN BẬC HAI - CĂN BẬC BA

A - LÝ THUYẾT

I. ĐẠI SỐ:

1) Định nghĩa, tính chất căn bậc hai

a) Với số dương a, số $\sqrt{a}$ được gọi là căn bậc hai số học của a.

b) Với $a \geq 0$ ta có $x = \sqrt{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = (\sqrt{a})^2 = a \end{cases}$

c) Với hai số a và b không âm, ta có: $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$

d) $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A \text{ nếu } A \geq 0 \\ -A \text{ nếu } A < 0 \end{cases}$

2) Các công thức biến đổi căn thức

1. $\sqrt{A^2} = |A|$

2. $\sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B} \quad (A \geq 0, B \geq 0)$

3. $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} \quad (A \geq 0, B > 0)$

4. $\sqrt{A^2 B} = |A| \sqrt{B} \quad (B \geq 0)$

5. $A\sqrt{B} = \sqrt{A^2 B} \quad (A \geq 0, B \geq 0)$

$A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2 B} \quad (A < 0, B \geq 0)$

6. $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{1}{|B|} \sqrt{AB} \quad (AB \geq 0, B \neq 0)$

7. $\frac{C}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B^2} \quad (A \geq 0, A \neq B^2)$

8. $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B} \quad (B > 0)$

9. $\frac{C}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B} \quad (A, B \geq 0, A \neq B)$

② Bài tập:

① **Tìm điều kiện xác định:** Với giá trị nào của x thì các biểu thức sau đây xác định:

1) $\sqrt{-2x+3}$

2) $\sqrt{\frac{2}{x^2}}$

3) $\sqrt{\frac{4}{x+3}}$

4) $\sqrt{\frac{-5}{x^2+6}}$

5) $\sqrt{3x+4}$

6) $\sqrt{1+x^2}$

7) $\sqrt{\frac{3}{1-2x}}$

8) $\sqrt{\frac{-3}{3x+5}}$

② Rút gọn biểu thức

Bài 1

1) $\sqrt{12} + 5\sqrt{3} - \sqrt{48}$

2) $5\sqrt{5} + \sqrt{20} - 3\sqrt{45}$

3) $2\sqrt{32} + 4\sqrt{8} - 5\sqrt{18}$

4) $3\sqrt{12} - 4\sqrt{27} + 5\sqrt{48}$

5) $\sqrt{12} + \sqrt{75} - \sqrt{27}$

6) $2\sqrt{18} - 7\sqrt{2} + \sqrt{162}$

7) $3\sqrt{20} - 2\sqrt{45} + 4\sqrt{5}$

8) $(\sqrt{2} + 2)\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$

9) $\frac{1}{\sqrt{5}-1} - \frac{1}{\sqrt{5}+1}$

10) $\frac{1}{\sqrt{5}-2} + \frac{1}{\sqrt{5}+2}$

11) $\frac{2}{4-3\sqrt{2}} - \frac{2}{4+3\sqrt{2}}$

12) $\frac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$

13) $(\sqrt{28} - 2\sqrt{14} + \sqrt{7})\sqrt{7} + 7\sqrt{8}$

14) $(\sqrt{14} - 3\sqrt{2})^2 + 6\sqrt{28}$

15) $(\sqrt{6} - \sqrt{5})^2 - \sqrt{120}$

16) $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{6} + 3\sqrt{24}$

17) $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(\sqrt{2}+3)^2}$

18) $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}$

19) $\sqrt{(\sqrt{5}-3)^2} + \sqrt{(\sqrt{5}-2)^2}$

20) $(\sqrt{19}-3)(\sqrt{19}+3)$

21) $4x + \sqrt{(x-12)^2} \quad (x \geq 2)$

22) $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

23) $x + 2y - \sqrt{(x^2 - 4xy + 4y^2)^2} \quad (x \geq 2y)$

Bài 2

$$\begin{array}{lll} 1) \sqrt{(3+\sqrt{2})^2} + \sqrt{(3-\sqrt{2})^2} & 2) \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} - \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} & 3) \sqrt{(5-3)^2} + \sqrt{(\sqrt{5}+3)^2} \\ 4) \sqrt{8+2\sqrt{15}} - \sqrt{8-2\sqrt{15}} & 5) \sqrt{(5+2\sqrt{6})} + \sqrt{8-2\sqrt{15}} & \\ 6) \sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}} - \frac{5}{\sqrt{3}-2\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{3}+\sqrt{8}} & & \end{array}$$

③ Giải phương trình:

Phương pháp:

$$\bullet A^2 = B^2 \Leftrightarrow A = \pm B;$$

$$\bullet \sqrt{A} + \sqrt{B} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$$

$$\bullet \sqrt{A} = \sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \text{ (hay } B \geq 0) \\ A = B \end{cases}$$

$$\bullet \sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$$

$$\bullet |A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A = B \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} A < 0 \\ A = -B \end{cases}$$

$$\bullet |A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B \text{ hay } A = -B \end{cases}$$

$$\bullet |A| = |B| \Leftrightarrow A = B \text{ hay } A = -B$$

$$\bullet |A| + |B| = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$$

• Chú ý: $\sqrt{A^2} = |A| \Leftrightarrow |A| = B$; $|A| = A$ khi $A \geq 0$; $|a| = -A$ khi $A \leq 0$.

Bài 1. Giải các phương trình sau:

$$\begin{array}{llll} 1) \sqrt{2x-1} = \sqrt{5} & 2) \sqrt{x-5} = 3 & 3) \sqrt{9(x-1)} = 21 & 4) \sqrt{2x} - \sqrt{50} = 0 \\ 5) \sqrt{3x^2} - \sqrt{12} = 0 & 6) \sqrt{(x-3)^2} = 9 & 7) \sqrt{4x^2+4x+1} = 6 & 8) \sqrt{(2x-1)^2} = 3 \\ 9) \sqrt{4x^2} = 6 & 10) \sqrt{4(1-x)^2} - 6 = 0 & 11) \sqrt[3]{x+1} = 2 & 12) \sqrt[3]{3-2x} = -2 \end{array}$$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

$$a) \sqrt{(x-3)^2} = 3-x \quad b) \sqrt{4x^2-20x+25} + 2x = 5 \quad c) \sqrt{1-12x+36x^2} = 5$$

Bài 3. Giải các phương trình sau:

$$\begin{array}{lll} a) \sqrt{2x+5} = \sqrt{1-x} & b) \sqrt{x^2-x} = \sqrt{3-x} & c) \sqrt{2x^2-3} = \sqrt{4x-3} \\ d) \sqrt{2x-1} = \sqrt{x-1} & e) \sqrt{x^2-x-6} = \sqrt{x-3} & f) \sqrt{x^2-x} = \sqrt{3x-5} \end{array}$$

Bài 4. Giải các phương trình sau:

$$\begin{array}{lll} a) \sqrt{x^2+x} = x & b) \sqrt{1-x^2} = x-1 & c) \sqrt{x^2-4x+3} = x-2 \\ d) \sqrt{x^2-1} - x^2 + 1 = 0 & e) \sqrt{x^2-4} - x + 2 = 0 & f) \sqrt{1-2x^2} = x-1 \end{array}$$

Bài 5. Giải các phương trình sau:

$$\begin{array}{lll} a) \sqrt{x^2-2x+1} = x^2-1 & b) \sqrt{4x^2-4x+1} = x-1 & c) \sqrt{x^4-2x^2+1} = x-1 \\ d) \sqrt{x^2+x+\frac{1}{4}} = x & e) \sqrt{x^4-8x^2+16} = 2-x & f) \sqrt{9x^2+6x+1} = \sqrt{11-6\sqrt{2}} \end{array}$$

Bài 6. Giải các phương trình sau:

$$\begin{array}{ll} a) |3x+1| = |x+1| & b) |x^2-3| = |x-\sqrt{3}| \\ c) \sqrt{9x^2-12x+4} = \sqrt{x^2} & d) \sqrt{x^2-4x+4} = \sqrt{4x^2-12x+9} \end{array}$$

Bài 7. Giải các phương trình sau:

$$\begin{array}{ll} a) |x^2-1| + |x+1| = 0 & b) \sqrt{x^2-8x+16} + |x+2| = 0 \\ c) \sqrt{1-x^2} + \sqrt{x+1} = 0 & \\ d) \sqrt{x^2-4} + \sqrt{x^2+4x+4} = 0 & \end{array}$$

CÁC BÀI TOÁN RÚT GON:

A.Các bước thực hiện:

- ① Tìm ĐKXD của biểu thức: là tìm TXĐ của từng phân thức rồi kết luận lại.
- ② Phân tích tử và mẫu thành nhân tử (rồi rút gọn nếu được)
- ③ Quy đồng, gồm các bước:
 - + Chọn mẫu chung : là tích các nhân tử chung và riêng, mỗi nhân tử lấy số mũ lớn nhất.
 - + Tìm nhân tử phụ: lấy mẫu chung chia cho từng mẫu để được nhân tử phụ tương ứng.
 - + Nhân nhân tử phụ với tử – Giữ nguyên mẫu chung.
- ④ Bỏ ngoặc: bằng cách nhân đa thức hoặc dùng hằng đẳng thức.
- ⑤ Thu gọn: là cộng trừ các hạng tử đồng dạng.
- ⑥ Phân tích tử thành nhân tử (mẫu giữ nguyên).
- ⑦ Rút gọn.

B.Bài tập luyện tập:

Bài 1 Cho biểu thức : $A = \frac{x}{\sqrt{x}-1} - \frac{2x-\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}$ với ($x > 0$ và $x \neq 1$)

- a) Rút gọn biểu thức A; b) Tính giá trị của biểu thức A tại $x = 3 + 2\sqrt{2}$.

Bài 2. Cho biểu thức : $P = \frac{a+4\sqrt{a}+4}{\sqrt{a}+2} + \frac{4-a}{2-\sqrt{a}}$ (Với $a \geq 0$; $a \neq 4$)

- a) Rút gọn biểu thức P; b) Tìm giá trị của a sao cho $P = a + 1$.

Bài 3: Cho biểu thức $A = \frac{x+1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$

- a) Đặt điều kiện để biểu thức A có nghĩa; b) Rút gọn biểu thức A;
c) Với giá trị nào của x thì $A < -1$.

Bài 4: Cho biểu thức : $B = \frac{1}{2\sqrt{x}-2} - \frac{1}{2\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{1-x}$

- a) Tìm TXĐ rồi rút gọn biểu thức B; b) Tính giá trị của B với $x = 3$;
c) Tìm giá trị của x để $|A| = \frac{1}{2}$.

Bài 5: Cho biểu thức : $P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{2+5\sqrt{x}}{4-x}$

- a) Tìm TXĐ; b) Rút gọn P; c) Tìm x để $P = 2$.

Bài 6: Cho biểu thức: $Q = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1} \right)$

- a) Tìm TXĐ rồi rút gọn Q; b) Tìm a để Q dương;
c) Tính giá trị của biểu thức biết $a = 9 - 4\sqrt{5}$.

Bài 7 : Cho biểu thức : $K = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} + \frac{3\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$

- a) Tìm x để K có nghĩa; b) Rút gọn K; c) Tìm x khi $K = \frac{1}{2}$;
d) Tìm giá trị lớn nhất của K.

Bài 8 : Cho biểu thức: $G = \left(\frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{x^2-2x+1}{2}$

- Xác định x để G tồn tại;
- Rút gọn biểu thức G;
- Tính giá trị của G khi $x = 0,16$;
- Tìm giá trị lớn nhất của G;
- Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để G nhận giá trị nguyên;
- Chứng minh rằng : Nếu $0 < x < 1$ thì M nhận giá trị dương;
- Tìm x để G nhận giá trị âm;

Bài 9 : Cho biểu thức: $P = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$ Với $x \geq 0 ; x \neq 1$

- Rút gọn biểu thức trên;
- Chứng minh rằng $P > 0$ với mọi $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

Bài 10 : cho biểu thức $Q = \left(\frac{1}{2+2\sqrt{a}} + \frac{1}{2-2\sqrt{a}} - \frac{a^2+1}{1-a^2} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{a} \right)$

- Tìm a để Q tồn tại;
- Chứng minh rằng Q không phụ thuộc vào giá trị của a.

Bài 11: Cho biểu thức :

$$A = \frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{xy}-2y} + \frac{2x}{2\sqrt{xy}+2\sqrt{y}-x-\sqrt{x}} \cdot \frac{1-x}{1-\sqrt{x}}$$

- Rút gọn A
- Tìm các số nguyên dương x để $y = 625$ và $A < 0,2$

Bài 12: Xét biểu thức: $P = \left[\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}+4} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-4} + \frac{4(a+2)}{16-a} \right] : \left(1 - \frac{2\sqrt{a}+5}{\sqrt{a}+4} \right)$ (Với $a \geq 0 ; a \neq 16$)

- Rút gọn P;
- Tìm a để $P = -3$;
- Tìm các số tự nhiên a để P là số nguyên tố.

Chương II HÀM SỐ - HÀM SỐ BẬC NHẤT

I. HÀM SỐ:

Khái niệm hàm số

* Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng x sao cho mỗi giá trị của x, ta luôn xác định được **chỉ một** giá trị tương ứng của y thì y được gọi là **hàm số** của x và x được gọi là **biến số**.

* Hàm số có thể cho bởi công thức hoặc cho bởi bảng.

II. HÀM SỐ BẬC NHẤT:

1 Kiến thức cơ bản:

3) Định nghĩa, tính chất hàm số bậc nhất

a) Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức $y = ax + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$ và $a \neq 0$)

b) Hàm số bậc nhất xác định với mọi giá trị $x \in \mathbb{R}$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a > 0$. Nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $a < 0$.

4) Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng b (a: hệ số góc, b: tung độ gốc).

5) Cho (d): $y = ax + b$ và (d'): $y = a'x + b'$ ($a, a' \neq 0$). Ta có:

$$(d) \equiv (d') \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases} \quad (d) // (d') \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$$

$$(d) \cap (d') \Leftrightarrow a \neq a' \quad (d) \perp (d') \Leftrightarrow a \cdot a' = -1$$

6) Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox thì:

Khi $a > 0$ ta có $\tan \alpha = a$

Khi $a < 0$ ta có $\tan \alpha' = |a|$ (α' là góc kề bù với góc

⑥ Các dạng bài tập thường gặp:

-Dạng 1: Xác định các giá trị của các hệ số để hàm số đồng biến, nghịch biến, Hai đường thẳng song song; cắt nhau; trùng nhau.

Phương pháp: Xem lại lý thuyết

-Dạng 2: Vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b$

⊙Xác định tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $(d_1): y = ax + b$; $(d_2): y = a'x + b'$

Phương pháp: Đặt $ax + b = a'x + b'$ giải phương trình ta tìm được giá trị của x ; thay giá trị của x vào (d_1) hoặc (d_2) ta tính được giá trị của y . Cặp giá trị của x và y là tọa độ giao điểm của hai đường thẳng.

⊙Tính chu vi - diện tích của các hình tạo bởi các đường thẳng:

Phương pháp:

+Dựa vào các tam giác vuông và định lý Py- ta -go để tính độ dài các đoạn thẳng không tính trực tiếp được. Rồi tính chu vi tam giác bằng cách cộng các cạnh.

+ Dựa vào công thức tính diện tích tam giác để tính S .

-Dạng 3: Tính góc α tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox

Xem lý thuyết.

-Dạng 4: Điểm thuộc đồ thị; điểm không thuộc đồ thị:

Phương pháp: Ví dụ: Cho hàm số bậc nhất: $y = ax + b$. Điểm $M(x_1; y_1)$ có thuộc đồ thị không?

Thay giá trị của x_1 vào hàm số; tính được y_0 . Nếu $y_0 = y_1$ thì điểm M thuộc đồ thị. Nếu $y_0 \neq y_1$ thì điểm M không thuộc đồ thị.

-Dạng 5: Viết phương trình đường thẳng (xác định hệ số a và b của hàm số $y=ax+b$)

Phương pháp chung:

Gọi đường thẳng phải tìm có dạng (hoặc công thức của hàm số): $y=ax+b$

Căn cứ vào giả thiết để tìm a và b .

Ví dụ: Viết phương trình đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $P(x_0; y_0)$ và điểm $Q(x_1; y_1)$.

Phương pháp: + Thay $x_0; y_0$ vào $y = ax + b$ ta được phương trình $y_0 = ax_0 + b$ (1)

+ Thay $x_1; y_1$ vào $y = ax + b$ ta được phương trình $y_1 = ax_1 + b$ (2)

+ Giải hệ phương trình ta tìm được giá trị của a và b .

+ Thay giá trị của a và b vào $y = ax + b$ ta được phương trình đường thẳng cần tìm.

-Dạng 6: Chứng minh đường thẳng đi qua một điểm cố định hoặc chứng minh đồng quy:

Ví dụ: Cho các đường thẳng : $(d_1): y = (m^2-1)x + m^2 -5$ (Với $m \neq 1$; $m \neq -1$)

$(d_2): y = x + 1$

$(d_3): y = -x + 3$

a) C/m rằng khi m thay đổi thì d_1 luôn đi qua 1 điểm cố định .

b) C/m rằng khi $d_1 \perp d_3$ thì d_1 vuông góc d_2

c) Xác định m để 3 đường thẳng $d_1; d_2; d_3$ đồng qui

② Bài tập:

Bài 1: Cho hai đường thẳng $(d_1): y = (2 + m)x + 1$ và $(d_2): y = (1 + 2m)x + 2$

1) Tìm m để (d_1) và (d_2) cắt nhau .

2) Với $m = -1$, vẽ (d_1) và (d_2) trên cùng mặt phẳng tọa độ Oxy rồi tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng (d_1) và (d_2) bằng phép tính.

Bài 2: Cho hàm số bậc nhất $y = (2 - a)x + a$. Biết đồ thị hàm số đi qua điểm $M(3;1)$, hàm số đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$? Vì sao?

Bài 13: Cho hàm số $y = (2m-3).x + m - 5$

a) Vẽ đồ thị với $m=6$	e) Tìm m để đồ thị hàm số tạo với trục hoành một góc 135°
b) Chứng minh họ đường thẳng luôn đi qua điểm cố định khi m thay đổi	f) Tìm m để đồ thị hàm số tạo với trục hoành một góc $30^\circ, 60^\circ$
c) Tìm m để đồ thị hàm số tạo với 2 trục tọa độ một tam giác vuông cân	g) Tìm m để đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = 3x - 4$ tại một điểm trên Oy
d) Tìm m để đồ thị hàm số tạo với trục hoành một góc 45°	h) Tìm m để đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = -x - 3$ tại một điểm trên Ox

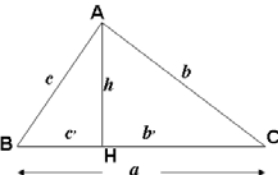
Bài 14 Cho hàm số $y = (m-2)x + m + 3$

- Tìm điều kiện của m để hàm số luôn luôn nghịch biến.
- Tìm điều kiện của m để đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.
- Tìm m để đồ thị hàm số $y = -x + 2$, $y = 2x - 1$ và $y = (m-2)x + m + 3$ đồng quy.
- Tìm m để đồ thị hàm số tạo với trục tung và trục hoành một tam giác có diện tích bằng 2

Phần B - HÌNH HỌC

Chương I. HỆ THỨC TRONG TAM GIÁC VUÔNG

① Hệ thức giữa cạnh và đường cao; ② Hệ thức giữa cạnh và góc:

	$+ b^2 = a.b'; c^2 = a.c'$ $+ h^2 = b'.c'$ $+ a.h = b.c$ $+ \frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$	$+ a^2 = b^2 + c^2$ $+ a = b' + c'$ $+ \frac{b^2}{c^2} = \frac{b'}{c'}; \frac{c^2}{b^2} = \frac{c'}{b'}$
---	--	--

③ Tỷ số lượng giác: $\sin = \frac{D}{H}$; $\cos = \frac{K}{H}$; $\tan = \frac{D}{K}$; $\cot = \frac{K}{D}$

④ Tính chất của tỷ số lượng giác:

1/ Nếu $\alpha + \beta = 90^\circ$ Thì: $\sin \alpha = \cos \beta$ $\tan \alpha = \cot \beta$
 $\cos \alpha = \sin \beta$ $\cot \alpha = \tan \beta$

2/ Với α nhọn thì $0 < \sin \alpha < 1$, $0 < \cos \alpha < 1$

* $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ * $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ * $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ * $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$

⑤ Hệ thức giữa cạnh và góc:

- + Cạnh góc vuông bằng cạnh huyền nhân Sin góc đối: $b = a.\sin B$; $c = a.\sin C$
- + Cạnh góc vuông bằng cạnh huyền nhân Cos góc kề: $b = a.\cos C$; $c = a.\cos B$
- + Cạnh góc vuông bằng cạnh góc vuông kia nhân Tan góc đối: $b = c.\tan B$; $c = b.\tan C$
- + Cạnh góc vuông bằng cạnh góc vuông kia nhân Cot góc kề: $b = c.\cot C$; $c = b.\cot B$

BÀI TẬP ÁP DỤNG:

Bài 1. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH.

- Biết $AH = 12\text{cm}$, $CH = 5\text{cm}$. Tính AC, AB, BC, BH.
- Biết $AB = 30\text{cm}$, $AH = 24\text{cm}$. Tính AC, CH, BC, BH.
- Biết $AC = 20\text{cm}$, $CH = 16\text{cm}$. Tính AB, AH, BC, BH.
- Biết $AB = 6\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$. Tính AC, AH, BH, CH.
- Biết $BH = 9\text{cm}$, $CH = 16\text{cm}$. Tính AC, AB, BC, AH.

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\hat{B} = 60^\circ$, $BC = 20\text{cm}$.

- Tính AB, AC
- Kẻ đường cao AH của tam giác. Tính AH, HB, HC.

Bài 3. Giải tam giác ABC vuông tại A, biết:

- $AB = 6\text{cm}$, $\hat{B} = 40^\circ$
- $AB = 10\text{cm}$, $\hat{C} = 35^\circ$
- $BC = 20\text{cm}$, $\hat{B} = 58^\circ$
- $BC = 82\text{cm}$, $\hat{C} = 42^\circ$
- $BC = 32\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$
- $AB = 18\text{cm}$, $AC = 21\text{cm}$

Bài 4. Không sử dụng bảng số và máy tính, hãy sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự tăng dần: $\sin 65^\circ$; $\cos 75^\circ$; $\sin 70^\circ$; $\cos 18^\circ$; $\sin 79^\circ$

Chương II. ĐƯỜNG TRÒN:

①.Sự xác định đường tròn: Muốn xác định được một đường tròn cần biết:

- + Tâm và bán kính, hoặc
- + Đường kính (Khi đó tâm là trung điểm của đường kính; bán kính bằng $1/2$ đường kính) , hoặc
- + Đường tròn đi qua 3 điểm (Khi đó tâm là giao điểm của hai đường trung trực của hai đoạn thẳng nối hai trong ba điểm đó; Bán kính là khoảng cách từ giao điểm đến một trong 3 điểm đó) .

② Tính chất đối xứng:

- + Đường tròn có tâm đối xứng là tâm của đường tròn.
- + Bất kì đường kính vào cũng là một trục đối xứng của đường tròn.

③ Các mối quan hệ:

1. Quan hệ giữa đường kính và dây:

- + Đường kính (hoặc bán kính) $\perp$ Dây $\Leftrightarrow$ Đi qua trung điểm của dây ấy.

2. Quan hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây:

- + Hai dây bằng nhau $\Leftrightarrow$ Chúng cách đều tâm.
- + Dây lớn hơn $\Leftrightarrow$ Dây gần tâm hơn.

④Vị trí tương đối của đường thẳng với đường tròn:

- + Đường thẳng không cắt đường tròn $\Leftrightarrow$ Không có điểm chung $\Leftrightarrow d > R$ (d là khoảng cách từ tâm đến đường thẳng; R là bán kính của đường tròn).
- + Đường thẳng cắt đường tròn $\Leftrightarrow$ Có 2 điểm chung $\Leftrightarrow d < R$.
- + Đường thẳng tiếp xúc với đường tròn $\Leftrightarrow$ Có 1 điểm chung $\Leftrightarrow d = R$.

⑤ Tiếp tuyến của đường tròn:

1. Định nghĩa: Tiếp tuyến của đường tròn là đường thẳng tiếp xúc với đường tròn đó.
2. Tính chất: Tiếp tuyến của đường tròn thì vuông góc với bán kính tại đầu mút của bán kính (tiếp điểm)
3. Dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến: Đường thẳng vuông góc tại đầu mút của bán kính của một đường tròn là tiếp tuyến của đường tròn đó.

BÀI TẬP TỔNG HỢP HỌC KỲ I:

Bài 1 Cho tam giác ABC ($AB = AC$) kẻ đường cao AH cắt đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác tại D

- a/ Chứng minh: AD là đường kính;
- b/ Tính góc ACD;
- c/ Biết $AC = AB = 20$ cm , $BC = 24$ cm tính bán kính của đường tròn tâm (O).

Bài 2 Cho (O) và A là điểm nằm bên ngoài đường tròn . Kẻ các tiếp tuyến AB ; AC với đường tròn (B , C là tiếp điểm)

- a/ Chứng minh: $OA \perp BC$
- b/ Vẽ đường kính CD chứng minh: $BD \parallel AO$
- c/ Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC biết $OB = 2$ cm ; $OC = 4$ cm?

Bài 3: Cho đường tròn đường kính AB . Qua C thuộc nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến d với đường tròn. Gọi E , F lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ A , B đến d và H là chân đường vuông góc kẻ từ C đến AB. Chứng minh:

- a/ $CE = CF$
- b/ AC là phân giác của góc BAE
- c/ $CH^2 = BF \cdot AE$

Bài 4: Cho đường tròn đường kính AB vẽ các tiếp tuyến Ax ; By từ M trên đường tròn (M khác A, B) vẽ tiếp tuyến thứ 3 nó cắt Ax ở C cắt By ở D gọi N là giao điểm của BC và AD .CMR

- a/ $\frac{CN}{AC} = \frac{NB}{BD}$
- b/ $MN \perp AB$
- c/ góc COD = 90°

Bài 5: Cho đường tròn (O), đường kính AB, điểm M thuộc đường tròn. Vẽ điểm N đối xứng với A qua M. BN cắt đường tròn ở C. Gọi E là giao điểm của AC và BM.

- a) CMR: $NE \perp AB$
- b) Gọi F là điểm đối xứng với E qua M .CMR: FA là tiếp tuyến của (O).
- c) Chứng minh: FN là tiếp tuyến của đtròn (B;BA).
- d/ Chứng minh : $BM.BF = BF^2 - FN^2$

Bài 6: Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính $AB = 2R$, M là một điểm tùy ý trên nửa đường tròn ($M \neq A; B$).Kẻ hai tia tiếp tuyến Ax và By với nửa đường tròn.Qua M kẻ tiếp tuyến thứ ba lần lượt cắt Ax và By tại C và D.

- a) Chứng minh: $CD = AC + BD$ và góc COD = 90°
- b) Chứng minh: $AC.BD = R^2$
- c) OC cắt AM tại E, OD cắt BM tại F. Chứng minh $EF = R$.
- d) Tìm vị trí của M để CD có độ dài nhỏ nhất.

Bài 7: Cho đường tròn (O; R), đường kính AB. Qua A và B vẽ lần lượt 2 tiếp tuyến (d) và (d') với đường tròn (O). Một đường thẳng qua O cắt đường thẳng (d) ở M và cắt đường thẳng (d') ở P. Từ O vẽ một tia vuông góc với MP và cắt đường thẳng (d') ở N.

a/ Chứng minh $OM = OP$ và tam giác NMP cân.

b/ Hạ OI vuông góc với MN. Chứng minh $OI = R$ và MN là tiếp tuyến của đường tròn (O).

c/ Chứng minh $AM.BN = R^2$

d/ Tìm vị trí của M để diện tích tứ giác AMNB là nhỏ nhất. Vẽ hình minh họa.

Bài 8: Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. Đường tròn (O) có đường kính BC cắt AB, AC theo thứ tự ở D, E. Gọi I là giao điểm của BE và CD.

a) Chứng minh: $AI \perp BC$

b) Chứng minh: $\widehat{IDE} = \widehat{IAE}$

c) Cho góc $BAC = 60^\circ$. Chứng minh tam giác DOE là tam giác đều.

Bài 9: Cho đường tròn (O) đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Ax với đường tròn. Điểm C thuộc nửa đường tròn cùng nửa mặt phẳng với Ax với bờ là AB. Phân giác góc ACx cắt đường tròn tại E, cắt BC ở D. Chứng minh:

a) Tam giác ABD cân.

b) H là giao điểm của BC và DE. Chứng minh $DH \perp AB$.

c) BE cắt Ax tại K. Chứng minh tứ giác AKDH là hình thoi.

ĐỀ THAM KHẢO

ĐỀ 1

I. TRẮC NGHIỆM (3,0 đ):

Câu 1(2 đ): Khoanh tròn vào chữ cái đứng trước kết quả đúng

1. Căn bậc hai số học của số a không âm là:

A. Số có bình phương bằng a B. $\sqrt{a}$ C. $-\sqrt{a}$ D. B,C đều đúng

2. Hàm số $y = (m-1)x - 3$ đồng biến khi:

A. $m > 1$ B. $m < 1$ C. $m \geq 1$ D. Một kết quả khác

3. Cho x là một góc nhọn, trong các đẳng thức sau đẳng thức nào đúng:

A. $\sin x + \cos x = 1$ B. $\sin x = \cos(90^\circ - x)$ C. $\tan x = \tan(90^\circ - x)$ D. A,B,C đều đúng

4. Cho hai đường tròn (O; 4cm), (O'; 3cm) và $OO' = 5$ cm. Khi đó vị trí tương đối của (O) và (O') là:

A. Không giao nhau B. Tiếp xúc ngoài C. Tiếp xúc trong D. Cắt nhau

Câu 2(1đ): Cho hai đường tròn (O; R) và (O'; r) với $R > r$; gọi d là khoảng cách OO' .

Hãy ghép mỗi vị trí tương đối giữa hai đường tròn (O) và (O') ở cột trái với hệ thức tương ứng ở cột phải để được một khẳng định đúng

Vị trí tương đối của (O) và (O')	Hệ thức
1) (O) đựng (O')	5) $R - r < d < R + r$
2) (O) tiếp xúc trong (O')	6) $d < R - r$
3) (O) cắt (O')	7) $d = R + r$
4) (O) tiếp xúc ngoài (O')	8) $d = R - r$
	9) $d > R + r$

II. TỰ LUẬN (7 đ):

Câu 1(2 đ): Cho biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{2\sqrt{x}}{x-4}$

a. Tìm điều kiện của x để P được xác định. Rút gọn P

b) Tìm x để $P > 4$

Câu 2(2đ): Cho hàm số: $y = (m-1)x + 2m - 5$; ($m \neq 1$) (1)

a. Tìm giá trị của m để đường thẳng có phương trình (1) song song với đường thẳng $y = 3x + 1$

b. Vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 1,5$. Tính góc tạo bởi đường thẳng vẽ được và trục hoành (kết quả làm tròn đến phút)

Câu 3(3đ) Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. Vẽ các tiếp tuyến Ax, By cùng phía với nửa đường tròn đối với AB. Qua điểm E thuộc nửa đường tròn (E khác A và B) kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn, nó cắt Ax, By theo thứ tự ở C và D

a) Chứng minh rằng: $CD = AC + BD$ b) Tính số đo góc $\widehat{COD}$? c) Tính: $AC.BD$ (Biết $OA = 6$ cm)

ĐỀ 2**Câu 1:** (2,0 điểm)

a. Thực hiện phép tính: $\sqrt{18} + 2\sqrt{45} - 3\sqrt{80} - 2\sqrt{50}$

b. Tìm x, biết: $\sqrt{x-2} = 3$

Câu 2: (2,0 điểm)

Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{2x}{x-4}$

a. Tìm giá trị của x để P xác định.

b. Rút gọn biểu thức P

c. Tìm các giá trị của x để $P < 1$.**Câu 3:** (2,0 điểm)

Cho hàm số $y = (m-3)x + 2$ (d_1)

a. Xác định m để hàm số nghịch biến trên R.

b. Vẽ đồ thị hàm số khi $m = 4$ c. Với $m = 4$, tìm tọa độ giao điểm M của hai đường thẳng (d_1) và (d_2): $y = 2x - 3$ **Câu 4:** (1,5 điểm)Cho tam giác ABC có $AB = 6\text{cm}$, $AC = 4,5\text{cm}$, $BC = 7,5\text{cm}$.

a. Chứng minh tam giác ABC vuông.

b. Tính góc B, góc C, và đường cao AH.

Câu 5: (2,5 điểm)

Cho (O,R), lấy điểm A cách O một khoảng bằng 2R. Kẻ các tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Đoạn thẳng OA cắt đường tròn (O) tại I. Đường thẳng qua O và vuông góc với OB cắt AC tại K.

a. Chứng minh: Tam giác OKA cân tại A.

b. Đường thẳng KI cắt AB tại M. Chứng minh: KM là tiếp tuyến của đường tròn (O).

ĐỀ 3**Bài 1:**

Thực hiện phép tính:

a) $(\sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{5}) : \sqrt{6}$

b) $\frac{\sqrt{10} - \sqrt{15}}{\sqrt{8} - \sqrt{12}}$

Bài 2: Giải phương trình: $\sqrt{x-5} + \sqrt{4x-20} - \frac{1}{5}\sqrt{9x-45} = 3$

Bài 3: Cho biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{(1-x)^2}{2}$. Với $x > 0$; $x \neq 1$

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của P khi $x = 7 - 4\sqrt{3}$.

c) Tìm x để P có GTLN.

Bài 4: Cho hàm số: $y = f(x) = (m-1)x + 2m - 3$.

a) Biết $f(1) = 2$ tính $f(2)$.b) Biết $f(-3) = 0$; Hàm số $f(x)$ là hàm số đồng biến hay nghịch biến**Bài 5:** Cho đường tròn (O), điểm A nằm bên ngoài đường tròn, kẻ tiếp tuyến AM, AN (M, N là các tiếp điểm).

a) Chứng minh OA vuông góc MN.

b) Vẽ đường kính NOC; Chứng minh CM song song AO.

c) Tính các cạnh của $\triangle AMN$ biết $OM = 3\text{ cm}$; $OA = 5\text{ cm}$.

ĐỀ 4**Bài 1:**

Thực hiện phép tính:

a) $\frac{1}{3+\sqrt{2}} + \frac{1}{3-\sqrt{2}}$

b) $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{3})$

Bài 2: Giải phương trình: $\sqrt{x-1} + \sqrt{4x-4} - \sqrt{25x-25} + 2 = 0$ **Bài 3:** Cho biểu thức: $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$. Với $x \geq 0$; $x \neq 1$

a) Rút gọn P

b) Tìm x để $P = -1$

c) Tìm x nguyên để P có giá trị nguyên.

Bài 4: Cho hàm số: $y = ax + 3$. Tìm a biếta) Đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = -2x$. Vẽ đồ thị hàm số tìm được.b) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2; 7)$ **Bài 5:** Cho đường nửa tròn (O), đường kính AB. Lấy điểm M trên đường tròn(O), kẻ tiếp tuyến tại M cắt tiếp tuyến tại A và B của đường tròn tại C và D; AM cắt OC tại E, BM cắt OD tại F.a) Chứng minh $\widehat{COD} = 90^\circ$.

b) Tứ giác MEFO là hình gì?

c) Chứng minh AB là tiếp tuyến của đường tròn đường kính CD.

ĐỀ 5**Câu 1** (3,0 điểm)

1. Thực hiện các phép tính:

a. $\sqrt{144} - \sqrt{25} \cdot \sqrt{4}$

b. $\frac{2}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{3} + 1$

2. Tìm điều kiện của x để $\sqrt{6-3x}$ có nghĩa.**Câu 2** (2,0 điểm)1. Giải phương trình: $\sqrt{4x+4} - 3 = 7$ 2. Tìm giá trị của m để đồ thị của hàm số bậc nhất $y = (2m+1)x - 5$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -5.**Câu 3** (1,5 điểm)Cho biểu thức $A = \left(\frac{x+2\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ (với $x > 0$; $x \neq 4$)

1. Rút gọn biểu thức A.

2. Tìm x để $A < 0$.**Câu 4** (3,0 điểm)Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2R$. Kẻ hai tiếp tuyến Ax , By của nửa đường tròn (O) tại A và B (Ax , By và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB). Qua điểm M thuộc nửa đường tròn (M khác A và B), kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn, cắt tia Ax và By theo thứ tự tại C và D.

1. Chứng minh tam giác COD vuông tại O;

2. Chứng minh $AC \cdot BD = R^2$;3. Kẻ $MH \perp AB$ ($H \in AB$). Chứng minh rằng BC đi qua trung điểm của đoạn MH.**Câu 5** (0,5 điểm)Cho $x > 2014$; $y > 2014$ thỏa mãn: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2014}$. Tính giá trị của biểu thức:

$$P = \frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-2014} + \sqrt{y-2014}}$$

ĐỀ 5**I. TRẮC NGHIỆM (2,0 đ):**

Câu 1: Điều kiện của biểu thức $\sqrt{\frac{1}{-2x+5}}$ có nghĩa là:

- A. $x < \frac{5}{2}$ B. $x > \frac{5}{2}$ C. $x \geq \frac{5}{2}$ D. $x \leq \frac{5}{2}$

Câu 2: Giá trị biểu thức $\sqrt{4-2\sqrt{3}}$ là:

- A. $1-\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}-1$ C. $\sqrt{3}+1$ D. Đáp án khác

Câu 3: Hàm số $y = (-3-2m)x - 5$ luôn nghịch biến khi:

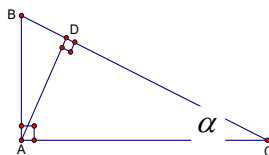
- A. $m < -\frac{3}{2}$ B. $m \leq -\frac{3}{2}$ C. $m > -\frac{3}{2}$ D. Với mọi giá trị của m

Câu 4: Đồ thị hàm số $y = (2m-1)x + 3$ và $y = -3x + n$ là hai đường thẳng song song khi:

- A. $m = -2$ B. $m = -1$ C. $m = -1$ và $n \neq 3$ D. $m = \frac{1}{2}$ và $n \neq 3$

Câu 5: Cho hình vẽ, $\sin \alpha$ là:

A, $\sin \alpha = \frac{AD}{AC}$ B, $\sin \alpha = \frac{BD}{AD}$
 C, $\sin \alpha = \frac{BA}{AC}$ D, $\sin \alpha = \frac{AD}{BC}$



Câu 6: Cho tam giác ABC, góc $A = 90^\circ$, có cạnh $AB = 6$, $\tan B = \frac{4}{3}$ thì cạnh BC là:

- A. 8 B. 4,5 C. 10 D. 7,5

Câu 7: Cho (O; 12 cm), một dây cung của đường tròn tâm O có độ dài bằng bán kính. Khoảng cách từ tâm đến dây cung là:

- A. 6 B. $6\sqrt{3}$ C. $6\sqrt{5}$ D. 18

Câu 8: Hai đường tròn (O; R) và (O'; R') có $OO' = d$. Biết $R = 12$ cm, $R' = 7$ cm, $d = 4$ cm thì vị trí tương đối của hai đường tròn đó là:

- A. Hai đường tròn tiếp xúc nhau. B. Hai đường tròn ngoài nhau.
 C. Hai đường tròn cắt nhau D. Hai đường tròn đựng nhau

II. TRẮC NGHIỆM (7,0 đ):

Câu 9 (2,5 đ) Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{x+1} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{x+1}$ (với $x \geq 0; x \neq 1$)

- a, Rút gọn biểu thức A. b, Tính giá trị biểu thức A với $x = 4 + 2\sqrt{3}$
 c, Tìm x nguyên để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

Câu 10 (2,0 đ) Cho hàm số $y = (2m-1)x + 3$

- a, Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm A(2; 5) b, Vẽ đồ thị hàm số với m tìm được ở câu a.

Câu 11 (3,0 đ) Cho (O; R), một đường thẳng d cắt đường tròn (O) tại C và D, lấy điểm M trên đường thẳng d sao cho D nằm giữa C và M, Qua M vẽ tiếp tuyến MA, MB với đường tròn. Gọi H là trung điểm của CD, OM cắt AB tại E. Chứng minh rằng:

- a, AB vuông góc với OM.
 b, Tích OE . OM không đổi.
 c, Khi M di chuyển trên đường thẳng d thì đường thẳng AB đi qua một điểm cố định.

Câu 12 (0,5 đ) Cho x và y là hai số dương có tổng bằng 1.

Tìm GTNN của biểu thức: $S = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{3}{4xy}$

ĐỀ 6

Câu 1: Biểu thức $\sqrt{(-x)^2}$ được xác định khi :

- A. mọi x Thuộc $\mathbb{R}$ B. $x \leq 0$ C. $x = 0$ D. $x \geq 0$

Câu 2: Hai đường thẳng $y = x + 1$ và $y = 2x - 2$ cắt nhau tại điểm có toạ độ là:

- A. (-3;4) B. (1; 2) C. (3;4) D. (2 ; 3)

Câu 3: Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$ có nghiệm là :

- A. $\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$

Câu 4: Điểm (-1 ; 2) thuộc đồ thị hàm số nào sau đây:

- A. $y = 2x + 1$ B. $y = x - 1$ C. $y = x + 1$ D. $y = -x + 1$

Câu 5 : Giá trị biểu thức $\frac{1-x}{\sqrt{x^2-2x+1}}$ Khi $x > 1$ là:

- A. 1 B. -1 C. 1-x D. $\frac{1}{1-x}$

Câu 6: Nếu hai đường tròn có điểm chung thì số tiếp tuyến chung nhiều nhất có thể là:

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

Câu 7 : Tam giác ABC có góc $B = 45^0$; góc $C = 60^0$; $AC = a$ thì cạnh AB là:

- A. $a\sqrt{6}$ B. $\frac{1}{2}a\sqrt{6}$ C. $a\sqrt{3}$ D. $a\sqrt{2}$

Câu 8. Cho tam giác đều ngoại tiếp đường tròn bán kính 2 cm . Khi đó cạnh của tam giác đều là :

- A. $4\sqrt{3}$ cm B. $2\sqrt{3}$ cm C. 3cm D. 4 cm

Phần II – Tự luận (8 điểm)

Bài 1: (1,5 điểm) cho biểu thức $A = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$

Với $x \geq 0; x \neq 1$

a , Rút gọn biểu thức A.

b, Tìm giá trị lớn nhất của A

Bài 2: (2 điểm) Cho hàm số $y = (m+1)x + 2$ (d)

a, Vẽ đồ thị hàm số với $m = 1$

b, Tìm m để đường thẳng (d) cắt đường thẳng $y = x + 3$ tại điểm có hoành độ bằng 1

Bài 3: (1 điểm) Tìm a,b để hệ phương trình sau có nghiệm (1;2)

$$\begin{cases} (a+1)x + by = 1 \\ ax + 2by = 2 \end{cases}$$

Bài 4: (2,5 điểm) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB; Ax là tiếp tuyến của nửa đường tròn . Trên nửa đường tròn lấy điểm D (D khác A,B) tiếp tuyến tại D của (O) cắt Ax ở S.

a, Chứng minh $SO \parallel BD$

b, BD cắt AS ở C chứng minh $SA = SC$

c, Kẻ DH vuông góc với AB; DH cắt BS tại E . Chứng minh E là trung điểm của DH

Bài 5: (1 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = a^2 + ab + b^2 - 3a - 3b + 2011$

ĐỀ 6**Bài 1:** (2 điểm) Thực hiện phép tính :

a) $A = \sqrt{5}(\sqrt{20} - 3) + \sqrt{45}$

b) Tìm x, biết: $\sqrt{x+3} = 2$

Bài 2: (2 điểm) Cho biểu thức: $P = \frac{2\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}$

a) Với giá trị nào của x thì biểu thức P xác định?

Rút gọn biểu thức P.

Bài 3: (2 điểm) Cho hàm số $y = (m-1)x + 2$ (d_1)a) Xác định m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.b) Vẽ đồ thị hàm số khi $m = 2$ c) Với $m = 2$, tìm giao điểm của hai đường thẳng (d_1) và (d_2): $y = 2x - 3$.**Câu 4:** (4 điểm) Cho đường tròn tâm O đường kính BC, điểm A thuộc đường tròn. Vẽ bán kính OK song song với BA (K và A nằm cùng phía đối với BC). Tiếp tuyến với đường tròn (O) tại C cắt OK ở I, OI cắt AC tại H.

a) Chứng minh tam giác ABC vuông tại A.

b) Chứng minh rằng: IA là tiếp tuyến của đường tròn (O)

c) Cho $BC = 30$ cm, $AB = 18$ cm, tính các độ dài OI, CI.

d) Chứng minh rằng CK là phân giác của góc ACI.

ĐỀ 7**Bài 1:** (3,5 điểm) a) Tính $\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$

b) Thực hiện phép tính:

1. $(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)$

2. $\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{48}$

c) Rút gọn biểu thức

1. $(\sqrt{3}-1)\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

2. $5\sqrt{2x} - 3\sqrt{8x} + \sqrt{50x} - 7$ với x không âm

d) 1) Tính: $A = \sqrt{9+\sqrt{17}} - \sqrt{9-\sqrt{17}}$

2) Cho a, b, c là các số không âm. Chứng minh rằng: $a+b+c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc}$

Bài 2: (2 điểm)a) Hàm số $y = 2x - 3$ đồng biến hay nghịch biến? Vẽ đồ thị (d) của hàm số.b) Xác định a và b của hàm số $y = a.x + b$, biết đồ thị của nó song song với đường thẳng (d) và cắt trục tung tại điểm có tung độ là 5?c) Trong các điểm sau đây điểm nào thuộc, không thuộc đồ thị của hàm số xác định trong câu b?
A(-1; 3), B(1; 3)d) Xác định k để đường thẳng $y = -2x + 5k$ và đường thẳng $y = 3x - (2k + 7)$ cắt nhau tại một điểm thuộc Ox .**Bài 3:** (1,5 điểm)a) Cho góc nhọn α biết $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. Tính $\sin \alpha$?b) Giải tam giác ABC vuông tại A, biết góc $\angle B = 60^\circ$, $AB = 3,5$ cm.**Bài 4:** (3,0 điểm)Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Lấy điểm C trên cung AB sao cho $AC < BC$.a) Chứng minh $\triangle ABC$ vuông?b) Qua A vẽ tiếp tuyến (d) với đường tròn (O), BC cắt (d) tại F. Qua C vẽ tiếp tuyến (d') với đường tròn (O) cắt (d) tại D. Chứng minh $DA = DF$.c) Vẽ CH vuông góc với AB (H thuộc AB), BD cắt CH tại K. Chứng minh K là trung điểm của CH? Tia AK cắt DC tại E. Chứng minh EB là tiếp tuyến của (O), suy ra $OE \parallel CA$?

ĐỀ 8**Phần I. Trắc nghiệm khách quan (2,5 điểm)**

Chọn câu trả lời đúng và ghi kết quả vào bài làm

Câu 1. Số nghịch đảo của số $2\sqrt{2} - 3$ là:

- A. $\frac{1}{2\sqrt{2} + 3}$ B. $\frac{2\sqrt{2} + 3}{5}$ C. $-3 - 2\sqrt{2}$ D. $\frac{1}{3 - 2\sqrt{2}}$

Câu 2. Với $0 < a < b$, biểu thức $\frac{1}{a-b} \cdot \sqrt{3a^2(a-b)^2}$ có kết quả rút gọn là:

- A. $3a$ B. $-a\sqrt{3}$ C. $-3a$ D. $a\sqrt{3}$

Câu 3. Đường thẳng $y = 2x - 3$ không thể:

- A. Đi qua điểm $K(2; 1)$ B. Song song với đường thẳng $y = 2x$
C. Trùng với đường thẳng $y = 2x - 3$ D. Cắt đường thẳng $y = 2x + 2010$

Câu 4. Nếu $0^\circ < x < 90^\circ$, $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ thì $\cos x$ bằng:

- A. $\frac{13}{16}$ B. $\frac{\sqrt{13}}{4}$ C. $\frac{4 - \sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{13}}{2}$

Câu 5. Cho đường tròn $(O; 2\text{cm})$, dây $AB = 2\text{cm}$. Khoảng cách từ O đến dây AB bằng:

- A. $\sqrt{3}\text{cm}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}\text{cm}$ C. 1cm D. $\frac{\sqrt{3}}{2}\text{cm}$

Phần II. Tự luận (7,5 điểm)

Bài 1. (2,5 điểm) Cho biểu thức $Q = \frac{5\sqrt{x}}{x-1} + \frac{3}{2\sqrt{x}+2} - \frac{5}{2\sqrt{x}-2}$

- Rút gọn Q
- Tính giá trị của Q khi $x = 9 - 4\sqrt{2}$
- Tìm x biết rằng $\frac{Q}{2} - \frac{3}{x+2} = 0$

Bài 2. (1,5 điểm) Cho đường thẳng $(d): y = x + 3a + 5$ (với a là tham số)

- Tìm a để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2; 10)$
- Tìm a để đường thẳng (d) cắt đường thẳng $(\Delta): y = 2 - 2x$ tại điểm $B(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + y^2 = 40$.

Bài 3. (3,0 điểm) Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 1. Vẽ một phần tư đường tròn tâm A bán kính bằng 1 nằm trong hình vuông, trên đó lấy điểm K khác B và D . Tiếp tuyến tại K với đường tròn cắt cạnh BC ở E , cắt cạnh CD ở F .

- Chứng minh rằng: $\widehat{EAF} = 45^\circ$
- Gọi P là giao điểm của AE và BK , Q là giao điểm của AF và DK
 - Chứng minh $PQ \parallel BD$
 - Tính độ dài đoạn PQ
- Chứng minh rằng: $2\sqrt{2} - 2 \leq EF < 1$

Bài 4. (0,5 điểm) Cho $x \geq -1, y \geq 1$ thỏa mãn $\sqrt{x+1} + \sqrt{y-1} = \sqrt{2(x-y)^2 + 10x - 6y + 8}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^4 + y^2 - 5(x+y) + 2020$.

ĐỀ 9**Câu 1 (2,5 điểm).** Rút gọn các biểu thức sau:

$$1) A = 3\sqrt{12} - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{27} \quad 2) B = \frac{1}{\sqrt{7+4\sqrt{3}}}$$

$$3) C = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x+\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) \text{ (với } x > 0, x \neq 1)$$

Câu 2 (2,5 điểm). Cho hàm số $y = (2m-1)x + 2$ (1) có đồ thị là đường thẳng d_m .

- 1) Vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m = 1$.
- 2) Tìm m để hàm số (1) đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- 3) Tìm m để d_m đồng qui với hai đường thẳng $d_1: y = x + 4$ và $d_2: y = -2x + 7$.

Câu 3 (1,5 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH . Biết $AB = 3$, $AC = 4$.

- 1) Tính độ dài cạnh BC .
- 2) Tính diện tích tam giác ABH .

Câu 4 (2,5 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH . Vẽ đường tròn tâm A bán kính AH và kẻ thêm đường kính HD của đường tròn đó. Từ D kẻ tiếp tuyến với đường tròn, cắt AC kéo dài tại E .

- 1) Chứng minh rằng tam giác BEC là tam giác cân tại B .
- 2) Chứng minh rằng BE là tiếp tuyến của đường tròn tâm A bán kính AH .

Câu 5 (1,0 điểm). Tính giá trị biểu thức $D = \sqrt[3]{70 - \sqrt{4901}} + \sqrt[3]{70 + \sqrt{4901}}$.**ĐỀ 10****Bài 1: (1,5 điểm)** Tính giá trị của biểu thức :

$$a) A = \frac{4}{\sqrt{5}+3} - \sqrt{20} \quad b) B = (1+\sqrt{3})\sqrt{4-2\sqrt{3}}$$

Bài 2: (3 điểm) Cho biểu thức: $P = \frac{2+\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} - \frac{2-\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} - \frac{4}{x-4}$

- a) Tìm điều kiện xác định của biểu thức P . Rút gọn biểu thức P .
- b) Tìm x để $P=2$
- c) Tính giá trị của P tại x thỏa mãn $(\sqrt{x}-2)(2\sqrt{x}-1)=0$

Bài 3: (2 điểm) Cho hàm số $y = (m-1)x + m$ (1)

- a) Xác định m để đường thẳng (1) song song với đường thẳng $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$
- b) Xác định m để đường thẳng (1) cắt trục hoành tại điểm A có hoành độ $x=2$
- c) Xác định m để đường thẳng (1) là tiếp tuyến của đường tròn tâm (O) bán kính bằng $\sqrt{2}$.
(với O là gốc tọa độ của mặt phẳng Oxy)

Câu 4: (3 điểm) Cho đường tròn $(O;R)$, và các tiếp tuyến AB , AC cắt nhau tại A nằm ngoài đường tròn (B, C là các tiếp điểm) Gọi H là giao điểm của BC và OA .

- a) Chứng minh $OA \perp BC$ và $OH.OA=R^2$
- b) Kẻ đường kính BD của đường tròn (O) và đường thẳng $CK \perp BD$ ($K \in BD$). Chứng minh: $OA//CD$ và $AC.CD=CK.AO$
- c) Gọi I là giao điểm của AD và CK . Chứng minh $\triangle BIK$ và $\triangle CHK$ có diện tích bằng nhau.

Câu 5: (0,5 điểm) Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn: $a^2 + 2b^2 \leq 3c^2$ Chứng minh: $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} \geq \frac{3}{c}$ **"Trong cách học, phải lấy tự học làm cốt."***(Hồ Chí Minh)*