

(Đề thi gồm 02 trang)

Bài I. (1,5 điểm)

1. Tại một trại hè thanh thiếu niên quốc tế, người ta tìm hiểu xem mỗi đại biểu tham dự có thể sử dụng được bao nhiêu ngoại ngữ. Kết quả được như bảng sau:

Số ngoại ngữ	1	2	3	4	≥ 5
Số đại biểu	84	64	24	16	12

a) Tính tỉ lệ phần trăm đại biểu sử dụng được ít nhất 2 ngoại ngữ.

b) Tại trại hè thanh thiếu niên quốc tế tổ chức 1 năm trước đó, có 54 trong tổng số 220 đại biểu tham dự có thể sử dụng được từ 3 ngoại ngữ trở lên. Có ý kiến cho rằng “Tỉ lệ đại biểu sử dụng được 3 ngoại ngữ trở lên có tăng giữa hai năm đó”. Ý kiến đó đúng hay sai? Giải thích.

2. Trong hộp gỗ có 6 thẻ gỗ cùng loại, được đánh số tương ứng 12, 13, 14, 15, 16, 17. Bình rút ngẫu nhiên một thẻ xem số ghi trên thẻ rồi bỏ lại hộp gỗ. Tính xác suất biến cố.

a) A: “thẻ rút được có số ghi trên thẻ là ước của 24”.

b) B: “thẻ rút được có số ghi trên thẻ chia cho 3 dư 2”.

Nếu lặp lại hành động “rút ngẫu nhiên một thẻ xem số ghi trên thẻ rồi bỏ lại hộp gỗ” 120 lần thì có bao nhiêu lần rút được thẻ có số chia cho 3 dư 2.

Bài II. (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{6\sqrt{x}}{9-x} - \frac{3}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0; x \neq 9$.

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.

2. Rút gọn biểu thức B.

3. Tìm các giá trị của x để biểu thức $P = A.B$ nhận giá trị nguyên.

Bài III. (3,0 điểm)

1. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Cô Lan dự định mua một lò vi sóng và một máy rửa bát với tổng số tiền theo giá niêm yết là 8 610 000 đồng. Nhân dịp đón tết Ất Tỵ cửa hàng có chương trình khuyến mãi giảm 5% cho lò vi sóng và 6% cho máy rửa bát nên cô Lan đã mua thêm một máy rửa bát nữa để tặng mẹ. Tổng số tiền cô Lan trả cho cửa hàng là 13 527 000 đồng. Hỏi giá niêm yết của một lò vi sóng và một máy rửa bát là bao nhiêu ?

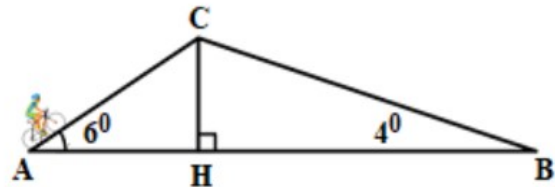
2. Một ô tô phải đi quãng đường AB dài 120 km trong một thời gian nhất định. Ô tô đi nửa quãng đường đầu với vận tốc lớn hơn vận tốc dự định là 5km/h và đi nửa quãng đường sau với vận tốc kém vận tốc dự định là 4km/h. Biết ô tô đến B đúng dự định. Tính thời gian ô tô dự định đi quãng đường AB.

3. Cho đường thẳng (d): $y = (m - 2)x + 3$ ($m \neq 2$).

Tìm m để đường thẳng (d) cắt Ox tại A, cắt Oy tại B mà $\widehat{BAO} = 60^\circ$.

Bài IV. (3,5 điểm)

1. Bạn An đi xe đạp từ A đến địa điểm B phải leo lên một con dốc AC và xuống một con dốc CB (như hình vẽ dưới đây). Cho biết chiều dài con dốc AC là 440m, $\hat{A} = 6^\circ$; $\hat{B} = 4^\circ$.



a) Tính chiều cao CH của con dốc theo đơn vị mét (làm tròn đến hàng đơn vị).

b) Biết vận tốc trung bình khi An đi xuống đoạn dốc CB là 18km/h. Tính thời gian An đi xe đạp xuống dốc từ C đến B (làm tròn đến giây).

2. Cho đường tròn (O; R) và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (O) (B, C là các tiếp điểm).

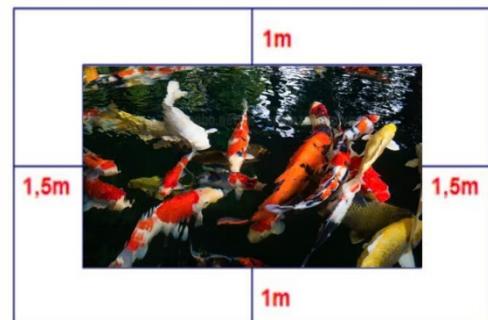
a) Chứng minh bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Kẻ đường kính BD của đường tròn (O). Gọi H là giao điểm của AO và BC. Chứng minh $HO \parallel CD$.

c) Kẻ CK vuông góc với BD tại K. Gọi I là giao điểm của AD và CK. Chứng minh $CK \cdot OC = AC \cdot KD$ và $HI \perp AB$.

Bài V. (0,5 điểm)

Nhà trường dự định dành ra một thửa đất có dạng hình chữ nhật trong mảnh đất lớn của của trường để làm hồ cá sinh thái. Nhà trường dự định để phần đất ở giữa dạng hình chữ nhật để xây hồ cá, phần còn lại làm lối đi (như hình bên). Biết tổng diện tích thửa đất hình chữ nhật cần dùng là 864 m². Nhà trường nên chọn các kích thước của thửa đất hình chữ nhật là bao nhiêu để diện tích phần cho hồ cá là lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.



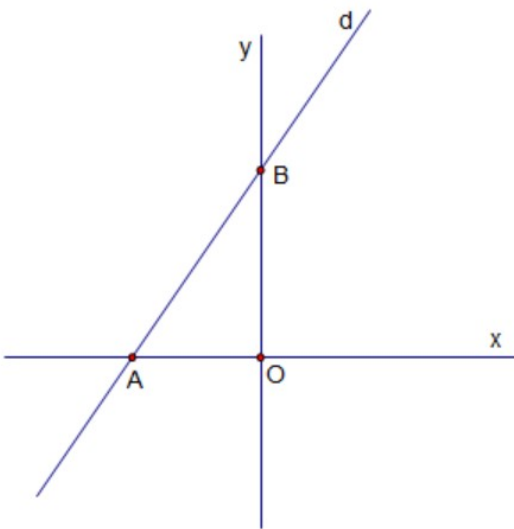
--- Hết ---

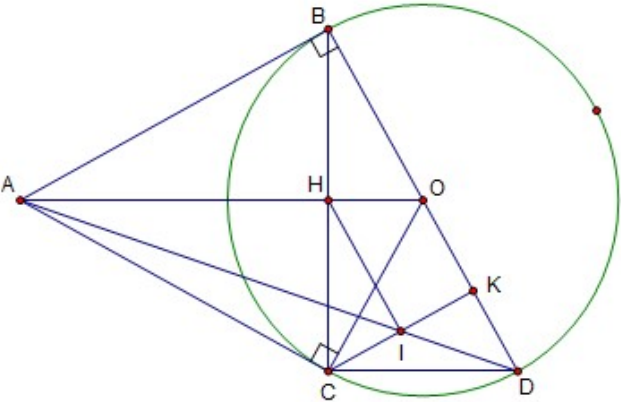
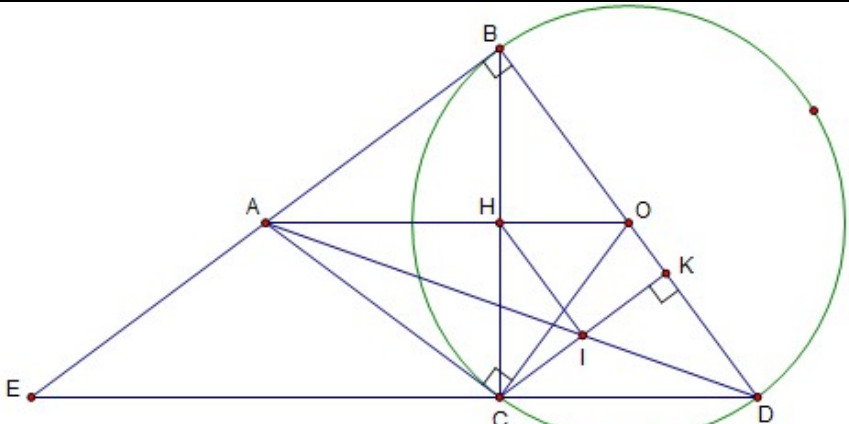
- Học sinh không được sử dụng tài liệu;
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Bài	Đáp án	Biểu điểm
Bài I I.1 (0,75 điểm)	a) Tổng số đại biểu tham gia hội nghị biết từ 1 ngoại ngữ trở lên: $84 + 64 + 24 + 16 + 12 = 200$ Tỉ lệ phần trăm đại biểu sử dụng được ít nhất 2 ngoại ngữ là: $\frac{64 + 24 + 16 + 12}{200} \cdot 100\% = 58\%$	0.5
	b) Ý kiến đó đúng vì: - Tỉ lệ đại biểu sử dụng được 3 ngôn ngữ của 1 năm trước là: $\frac{54}{220} \cdot 100\% = 24,5\%.$ - Tỉ lệ đại biểu sử dụng được 3 ngôn ngữ của nay là: $\frac{24 + 16 + 12}{200} \cdot 100\% = 26\% > 24,5\%$	0,25
I.2 (0,75 điểm)	a) Thẻ rút được có số ghi trên thẻ là ước của 24 là thẻ ghi số 12. $\Rightarrow$ Số lần xảy ra biến cố A là 1. Khả năng xảy ra là: {12; 13; 14; 15; 16; 17}. Số biến cố của thực nghiệm là 6. Suy ra xác suất của biến cố A là $\frac{1}{6}$. b) Thẻ rút được có số ghi trên thẻ chia cho 3 dư 2 là thẻ ghi số {14; 17}. $\Rightarrow$ Số lần xảy ra biến cố B là 2. Khả năng xảy ra là: {12; 13; 14; 15; 16; 17}. Số biến cố của thực nghiệm là 6. Suy ra xác suất của biến cố B là $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Nếu lặp lại hành động “rút ngẫu nhiên một thẻ xem số ghi trên thẻ rồi bỏ lại hộp gỗ” 120 lần thì có số lần rút được thẻ có số chia cho 3 dư 2 là $120 \cdot \frac{1}{3} = 40$ (lần).	0,25 0,25 0,25

Bài II (1,5 điểm)	1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$. Thay $x = 16$ (tmđk) vào A ta có: $A = \frac{\sqrt{16}-2}{\sqrt{16}-3} = \frac{2}{1} = 2$ Vậy khi $x = 16$ thì A có giá trị là 2.	0,5
	2. Rút gọn $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{6\sqrt{x}}{9-x} - \frac{3}{\sqrt{x}+3}$ $B = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0; x \neq 9$	0,5
	3. Tìm các giá trị của x để biểu thức $P = A.B$ nhận giá trị nguyên. $P = A.B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3} = 1 - \frac{5}{\sqrt{x}+3}$ Từ đó suy ra $P < 1$ (1) Ta có $\sqrt{x}+3 \geq 3$ suy ra $\frac{5}{\sqrt{x}+3} \leq \frac{5}{3}$ Suy ra $P = 1 - \frac{5}{\sqrt{x}+3} \geq 1 - \frac{5}{3} = \frac{-2}{3}$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $\frac{-2}{3} \leq P < 1$ mà P có giá trị nguyên nên $P = 0$	0,25
Bài III III.1. (1,5 điểm)	Gọi giá niêm yết của một lò vi sóng và một máy rửa bát lần lượt là x và y (đơn vị: đồng; điều kiện: $x, y > 0$)	0,25
	Vì tổng số tiền theo giá niêm yết của một lò vi sóng và một máy rửa bát là 8 610 000 đồng nên ta có phương trình $x + y = 8610000$ (1)	0,25
	Thực tế cô Lan trả là 13 527 000 đồng mua với giá khuyến mãi giảm 5% cho một lò vi sóng và 6% cho một máy rửa bát nên ta có phương trình $(100\% - 5\%)x + (100\% - 6\%)2y = 13527000$ hay $0,95x + 1,88y = 13527000$ (2)	0,25

	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 8610000 \\ 0,95x + 1,88y = 13527000 \end{cases}$ Giải hệ pt: $\begin{cases} x = 2860000 \\ y = 5750000 \end{cases}$	0.5
	Cả hai giá trị $x = 2860000$, $y = 5750000$ đều thỏa mãn điều kiện. Vậy giá niêm yết của một chiếc lò vi sóng là 2860000 đồng, giá niêm yết một máy rửa bát là 5750000 đồng.	0.25
III.2 (1,0 điểm)	Gọi vận tốc dự định của ô tô đi quãng đường AB là x (đơn vị: km/h; điều kiện: $x > 4$).	0.25
	Thời gian dự định của ô tô đi quãng đường AB là $\frac{120}{x}$ (giờ) Vì quãng đường ô tô đi là 120km nên nửa quãng đường AB là: $120:2 = 60 \text{ (km)}$ Vận tốc của ô tô đi nửa quãng đường đầu là: $x + 5$ (km/h) Thời gian ô tô đi nửa quãng đường đầu là: $\frac{60}{x+5}$ (giờ) Vận tốc của ô tô đi nửa quãng đường sau là: $x - 4$ (km/h) Thời gian ô tô đi nửa quãng đường sau là: $\frac{60}{x-4}$ (giờ)	0,25
	Vì ô tô đến B đúng thời gian dự định nên ta có phương trình $\frac{60}{x+5} + \frac{60}{x-4} = \frac{120}{x}$ $120(x+5)(x-4) = 60x(x-4) + 60x(x+5)$ $120x^2 + 120x - 2400 = 60x^2 - 240x + 60x^2 + 300x$ $60x = 2400$ $x = 40 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$ Vậy thời gian ô tô dự định đi hết quãng đường AB là: $120:40 = 3 \text{ (giờ)}$	0,5
III.3 (0,5 điểm)	Cho đường thẳng (d): $y = (m - 2)x + 3$ ($m \neq 2$). Tìm m để (d) cắt Ox tại A, cắt Oy tại B mà $\widehat{BAO} = 60^\circ$.	
	Với $m \neq 2$ thì (d) cắt cả hai trục toạ độ:	0,25

	 +) Giao điểm A của (d) với Ox là $A(\frac{-3}{m-2}; 0)$ nên có $OA = x_A = \left \frac{-3}{m-2} \right = \frac{3}{ m-2 }$ +) Giao điểm B của (d) với Oy là $B(0; 3)$ nên có $OB = y_B = 3 = 3$	
	+) Xét $\triangle AOB$ vuông tại O có góc A bằng 60°, ta có: $\tan A = \frac{OB}{OA} \text{ nên } \tan 60^\circ = \frac{3}{\left \frac{-3}{m-2} \right } \Rightarrow m-2 = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ $\Rightarrow m = 2 + \sqrt{3}; m = 2 - \sqrt{3} \text{ (cả hai giá trị của m đều thỏa mãn điều kiện)}$ Vậy $m = 2 + \sqrt{3}; m = 2 - \sqrt{3}$.	0,25
Bài IV IV.1 (0,5 điểm)	a) Tam giác AHC vuông tại H nên có: $CH = AC \cdot \sin A = 440 \cdot \sin 6^\circ \approx 46\text{m (làm tròn đến hàng đơn vị)}$ Vậy chiều cao CH của con dốc là xấp xỉ 46m	0.25
	b) Tam giác BHC vuông tại H nên có $CH = BC \cdot \sin B$ hay $AC \cdot \sin A = BC \cdot \sin B$ $\Rightarrow BC = \frac{AC \cdot \sin A}{\sin B} = \frac{440 \cdot \sin 6^\circ}{\sin 4^\circ}$ Có $v = 18\text{km/h} = 5\text{m/s}$ Vậy thời gian An đi xuống dốc từ C đến B (làm tròn đến giây): $t = \frac{BC}{v} = \frac{AC \cdot \sin A}{5 \cdot \sin B} = \frac{440 \cdot \sin 6^\circ}{5 \cdot \sin 4^\circ} \approx 132 \text{ (giây)}$	0.25

IV.2-a (0,75 điểm)	Vẽ hình đúng: 	0.25
	Lập luận chặt chẽ chỉ ra được B thuộc đường tròn đường kính AO	0.25
	Lập luận chặt chẽ và chỉ ra được C thuộc đường tròn đường kính AO. Kết luận: Bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc đường tròn đường kính AO	0.25
IV.2-b (1,0 điểm)	- $\triangle BOH = \triangle COH$ (c.g.c) nên có $\widehat{BHO} = \widehat{CHO}$ (hai góc tương ứng) Lại do $\widehat{BHO} + \widehat{CHO} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) Suy ra $\widehat{BHO} = \widehat{CHO} = 90^\circ$ nên $HO \perp BC$ (1)	0.5
	- $\triangle BDC$ có CO là đường trung tuyến ứng với cạnh BD và $CO = \frac{1}{2}BD$. Suy ra $\triangle BDC$ vuông tại C nên $CD \perp BC$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra $HO \parallel CD$	0,25
IV.2-c (1,25 điểm)		
	- Có AC, AB là hai tiếp tuyến cắt nhau tại A nên có: + OA là tia phân giác góc BOC $\Rightarrow \widehat{BOA} = \widehat{COA}$ + $\widehat{ACO} = \widehat{ABO} = 90^\circ$	0.25

	- Do có $OH \parallel CD$ (cm trong ý b) nên $\widehat{BOA} = \widehat{BDC}$ Suy ra $\widehat{COA} = \widehat{CDK}$	
	- Xét hai tam giác $\triangle CKD$ và $\triangle ACO$ có: $\widehat{ACO} = \widehat{CKD} = 90^\circ$ và $\widehat{COA} = \widehat{CDK}$ (chứng minh trên) Suy ra $\triangle COA \sim \triangle KDC$ (g.g) $\Rightarrow \frac{OC}{KD} = \frac{AC}{CK} \Rightarrow CK \cdot OC = AC \cdot KD$.	0,5
	- Gọi E là giao điểm của hai đường thẳng AB và DC. - Chứng minh được A là trung điểm BE - Chứng minh được I là trung điểm CK - Chứng minh được H là trung điểm CB - Chỉ ra HI là đường trung bình của $\triangle BCK$ $\Rightarrow HI \parallel BK$, lại có $AB \perp BD$ và $K \in BD$ nên $HI \perp AB$.	0.5
Bài 5 (0,5 điểm)	Gọi các kích thước thửa đất cần dung lần lượt là x và y (đơn vị: m; điều kiện: $x \geq y$; $x > 3$, $y > 2$) Suy ra diện tích thửa đất hình chữ nhật cần sử dụng là $x \cdot y$ (m^2) Theo bài thì $x \cdot y = 864$ Diện tích hồ cá là: $S = (x - 3)(y - 2) = xy - (2x + 3y) + 6 = 870 - (2x + 3y)$ Ta có $2x + 3y \geq 2\sqrt{2x \cdot 3y} = 2\sqrt{6xy} = 2\sqrt{6 \cdot 864} = 2\sqrt{5184} = 2 \cdot 72 = 144$ $\Rightarrow S \leq 870 - 144 = 726$	0.25
	Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} 2x = 3y \\ xy = 864 \end{cases}$ hay $\begin{cases} x = 36 \\ y = 24 \end{cases}$ Cả hai giá trị $x = 36$ và $y = 24$ đều thỏa mãn điều kiện Vậy nhà trường nên chọn các kích thước thửa đất hình chữ nhật là 36m và 24m. Khi đó diện tích hồ cá có diện tích lớn nhất là $726 m^2$.	0,25

Chú ý: Học sinh làm theo cách khác đúng vẫn đạt điểm tối đa theo quy định.