

I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Câu 1. Cặp $(x; y)$ nào sau đây là nghiệm của phương trình $2x - y = 5$?

- A. $(2; -1)$. B. $(2; 1)$. C. $(-1; 2)$. D. $(3; -1)$.

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = -x^2$ đi qua điểm nào?

- A. $A(-1; 1)$. B. $B(-1; -1)$. C. $C(1; 1)$. D. $D(1; -2)$.

Câu 3. Tất cả các giá trị của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} mx + 9y = 4 \\ x + my = 5 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất là

- A. $m \neq 3$. B. $m = 3$. C. $m = 9$. D. $m \neq \pm 3$.

Câu 4. Cho hàm số $y = -2x^2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số trên đồng biến khi $x > 0$. B. Hàm số trên luôn nghịch biến.
C. Đồ thị hàm số trên đi qua điểm $(-1; -2)$. D. Hàm số trên nghịch biến khi $x < 0$.

Câu 5. Cho đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác đều BCD . Lấy điểm E thuộc cung nhỏ CD . Số đo góc BEC là

- A. 90° . B. 120° . C. 30° . D. 60° .

Câu 6. Tứ giác $ABCD$ nội tiếp một đường tròn, biết $\widehat{C} = 80^\circ$. Khẳng định nào sau đây SAI?

- A. $\widehat{A} = 100^\circ$. B. $\widehat{B} = 100^\circ$. C. $\widehat{D} + \widehat{B} = 180^\circ$. D. $\widehat{A} - \widehat{C} = 20^\circ$.

II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 7. (2,5 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $P = \frac{4}{\sqrt{a}-1} + \frac{3}{\sqrt{a}+1} - \frac{6\sqrt{a}+2}{a-1}$ (với $a \geq 0; a \neq 1$).

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$.

c) Tìm giá trị của a , biết đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}ax^2$ ($a \neq 0$) đi qua điểm $M(1; -1)$.

Câu 8. (1,0 điểm) Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi $80m$. Nếu tăng chiều dài thêm $3m$, chiều rộng thêm $5m$ thì diện tích của mảnh đất tăng thêm $195m^2$. Tính diện tích ban đầu của mảnh đất.

Câu 9. (3,0 điểm) Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn (O) , kẻ hai tiếp tuyến MA, MB (A, B là tiếp điểm). Kẻ đường kính AC , gọi H là giao điểm của OM và AB , CH cắt đường tròn tại N (N khác C), MN cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là D . Chứng minh rằng:

a) Tứ giác $MAOB$ nội tiếp một đường tròn.

b) $MA^2 = MN \cdot MD$.

c) $\widehat{MDO} = \widehat{MHN}$ và D, O, B thẳng hàng.

Câu 10. (0,5 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của

biểu thức $A = \frac{ab}{\sqrt{c+ab}} + \frac{bc}{\sqrt{a+bc}} + \frac{ca}{\sqrt{b+ca}}$.

----- Hết -----

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Mỗi câu trả lời đúng 0,5 điểm.

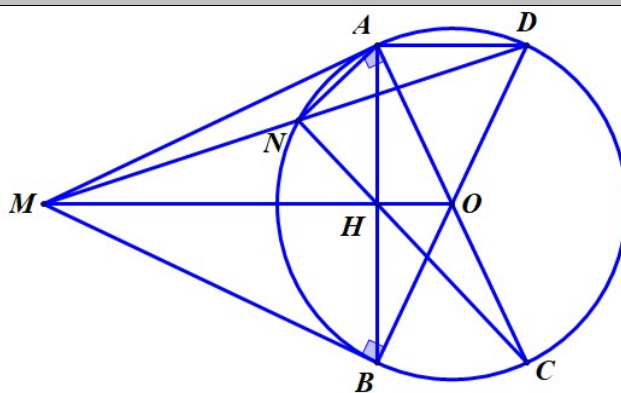
Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	A	B	D	C	D	B

II. PHẦN TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu	Lời giải sơ lược	Điểm
Câu 7.a (1,0 điểm)		
	ĐKXĐ: $a \geq 0; a \neq 1$ $P = \frac{4\sqrt{a} + 4 + 3\sqrt{a} - 3 - 6\sqrt{a} - 2}{(\sqrt{a} + 1)(\sqrt{a} - 1)}$	0,5
	$= \frac{\sqrt{a} - 1}{(\sqrt{a} + 1)(\sqrt{a} - 1)} = \frac{1}{\sqrt{a} + 1}$ Vậy với $a \geq 0; a \neq 1$ thì $P = \frac{1}{\sqrt{a} + 1}$.	0,5
Câu 7.b (0,75 điểm)		
	$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 4y = 8 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7y = 7 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$	0,5
	Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x; y) = (2; 1)$.	0,25
Câu 7.c (0,75 điểm)		
	Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}ax^2, (a \neq 0)$ đi qua điểm $M(1; -1)$ khi $-1 = \frac{1}{3}a \cdot 1^2 \Leftrightarrow a = -3$	0,5
	Vậy giá trị cần tìm là $a = -3$	0,25
Câu 8. (1,0 điểm)		
	Gọi chiều dài, chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật ban đầu lần lượt là $x(m); y(m). (0 < x, y < 40)$ Do chu vi mảnh đất hình chữ nhật là $80m$ nên ta có phương trình $x + y = 40$ (1)	0,25
	Nếu tăng chiều dài thêm $3m$, chiều rộng thêm $5m$ thì diện tích của mảnh đất tăng thêm $195m^2$ nên ta có phương trình $(x + 3)(y + 5) - xy = 195 \Leftrightarrow 5x + 3y = 180$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 40 \\ 5x + 3y = 180 \end{cases}$ Giải hệ phương trình ta được $x = 30; y = 10$ (thỏa mãn) Vậy diện tích ban đầu của mảnh đất là $30 \cdot 10 = 300 m^2$.	0,5

Câu 9.a (1,0 điểm)

Vẽ hình, ghi giả thiết kết luận



0,5

Ta có MA, MB là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ$

Xét tứ giác $MAOB$ có

$$\widehat{MAO} + \widehat{MBO} = 180^\circ$$

Mà $\widehat{MAO}; \widehat{MBO}$ ở vị trí đối nhau nên tứ giác $MAOB$ nội tiếp một đường tròn.

0,5

Câu 9.b (1,0 điểm)

Xét đường tròn (O) có góc \widehat{MDA} nội tiếp và \widehat{MAN} là góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AN nên $\widehat{MDA} = \widehat{MAN}$.

Xét $\triangle MAD$ và $\triangle MNA$ có: \widehat{AMD} chung; $\widehat{MDA} = \widehat{MAN}$

$$\Rightarrow \triangle MAD \sim \triangle MNA \text{ (g - g)}$$

$$\Rightarrow \frac{MA}{MN} = \frac{MD}{MA} \Rightarrow MA^2 = MN \cdot MD \text{ (đpcm)}$$

1,0

Câu 9.c (1,0 điểm)

Chỉ ra MO là đường trung trực của AB nên $OM \perp AB$ tại H .

Xét $\triangle AMO$ vuông tại A , đường cao AH có $MA^2 = MH \cdot MO$

Lại có $MA^2 = MN \cdot MD$

$$\Rightarrow MD \cdot MN = MH \cdot MO \Rightarrow \frac{MD}{MH} = \frac{MO}{MN}$$

Xét $\triangle MOD$ và $\triangle MNH$ có: \widehat{DMO} chung; $\frac{MD}{MH} = \frac{MO}{MN}$

Suy ra $\triangle MOD \sim \triangle MNH$ (c - g - c).

$$\Rightarrow \widehat{MDO} = \widehat{MHN} \text{ (hai góc tương ứng) (1)}$$

0,5

Xét đường tròn (O) có $\widehat{NDB}, \widehat{BAN}$ là hai góc nội tiếp cùng chắn cung BN nên $\widehat{NDB} = \widehat{BAN}$.

Lại có $\widehat{ANC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính AC)

nên $\widehat{AHN} + \widehat{BAN} = 90^\circ$.

Mà $\widehat{AHN} + \widehat{MHN} = 90^\circ$

Do đó suy ra được $\widehat{NDB} = \widehat{MHN}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{NDB} = \widehat{MDO}$. Do đó hai tia DO và tia DB trùng nhau hay ba điểm B, O, D thẳng hàng.

0,5

Câu 10. (0,5 điểm)

<p>Ta có $\frac{ab}{\sqrt{c+ab}} = \frac{ab}{\sqrt{c(a+b+c)+ab}} = \frac{ab}{\sqrt{(c+a)(c+b)}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{ab}{c+a} + \frac{ab}{c+b} \right)$</p> <p>Tương tự $\frac{bc}{\sqrt{a+bc}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{bc}{a+b} + \frac{bc}{a+c} \right); \frac{ca}{\sqrt{b+ca}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{ca}{b+a} + \frac{ca}{b+c} \right)$</p>	0,25
<p>Khi đó</p> $A \leq \frac{1}{2} \left(\frac{ab}{c+a} + \frac{ab}{c+b} + \frac{bc}{a+b} + \frac{bc}{a+c} + \frac{ca}{b+a} + \frac{ca}{b+c} \right) = \frac{1}{2} (a+b+c) = \frac{1}{2}$ <p>Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c = \frac{1}{3}$</p> <p>Vậy giá trị lớn nhất của A là $\frac{1}{2}$ khi $a = b = c = \frac{1}{3}$.</p>	0,25

Lưu ý: Học sinh làm cách khác đúng cho điểm tối đa.

----- **Hết** -----