

ĐỀ CHÍNH THỨC**(Đề thi gồm 01 trang)***Thời gian: 90 phút không tính thời gian ghi đề***Câu 1:** (4,5 điểm).

1. Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) : \frac{7}{11}$

b) $B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$

2. Cho $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$. Tính giá trị biểu thức: $C = \frac{5x^2 + 3y^2}{10x^2 - 3y^2}$

Câu 2: (4,5 điểm)

1. Tìm các số x, y, z, biết:

a) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}; \frac{y}{5} = \frac{z}{7}$ và $x + y + z = 92$

b) $(x - 1)^{2016} + (2y - 1)^{2016} + |x + 2y - z|^{2017} = 0$

2. Tìm x, y nguyên biết: $xy + 3x - y = 6$ **Câu 3:** (3,0 điểm)

1. Tìm đa thức A biết: $A - (3xy - 4y^2) = x^2 - 7xy + 8y^2$

2. Cho hàm số $y = f(x) = ax + 2$ có đồ thị đi qua điểm $A(a - 1; a^2 + a)$.

a) Tìm a

b) Với a vừa tìm được, tìm giá trị của x thỏa mãn: $f(2x - 1) = f(1 - 2x)$

Câu 4: (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ về phía ngoài tam giác ABC các tam giác đều ABD và ACE. Gọi I là giao điểm BE và CD. Chứng minh rằng:

a) $BE = CD$

b) $\triangle BDE$ là tam giác cân

c) $\widehat{EIC} = 60^\circ$ và IA là tia phân giác của $\widehat{DIE}$

Câu 5: (2,0 điểm)

1. Tìm số hữu tỉ x, sao cho tổng của số đó với nghịch đảo của nó có giá trị là một số nguyên.

2. Cho các số a, b, c không âm thỏa mãn: $a + 3c = 2016$; $a + 2b = 2017$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a + b + c$.

----- **HẾT** -----

ĐÁP ÁN

Câu 1: 1.

$$a) A = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{7}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) : \frac{7}{11} = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) \cdot \frac{11}{7} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) \cdot \frac{11}{7}$$

$$A = \frac{11}{7} \left[\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) + \left(\frac{-4}{7} + \frac{7}{11} \right) \right] = \frac{11}{7} \left[\left(\frac{-3}{7} + \frac{-4}{7} \right) + \left(\frac{4}{11} + \frac{7}{11} \right) \right] = \frac{11}{7} [(-1) + 1] = \frac{11}{7} \cdot 0 = 0$$

$$b) B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - (2^2)^6 \cdot (3^2)^2}{2^{12} \cdot 3^6 + (2^3)^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3 + 1)}$$

$$B = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} = \frac{1}{6}$$

$$2. \text{ Đặt } \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = k \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3k \\ y = 5k \end{cases} \text{ . Khi đó:}$$

$$C = \frac{5x^2 + 3y^2}{10x^2 - 3y^2} = \frac{5(3k)^2 + 3(5k)^2}{10(3k)^2 - 3(5k)^2} = \frac{45k^2 + 75k^2}{90k^2 - 75k^2} = \frac{120k^2}{15k^2} = 8$$

Câu 2: 1.

$$a) \text{ Ta có: } \begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \\ \frac{y}{5} = \frac{z}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{10} = \frac{y}{15} \\ \frac{y}{15} = \frac{z}{21} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{x}{10} = \frac{y}{15} = \frac{z}{21}$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau và $x + y + z = 92$, ta được:

$$\frac{x}{10} = \frac{y}{15} = \frac{z}{21} = \frac{x + y + z}{10 + 15 + 21} = \frac{92}{46} = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{10} = 2 \\ \frac{y}{15} = 2 \\ \frac{z}{21} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 30 \\ z = 42 \end{cases}$$

$$b) \text{ Ta có: } (x - 1)^{2016} \geq 0 \quad \forall x$$

$$(2y - 1)^{2016} \geq 0 \quad \forall y$$

$$|x + 2y - z|^{2017} \geq 0 \quad \forall x, y, z$$

$$\Rightarrow (x - 1)^{2016} + (2y - 1)^{2016} + |x + 2y - z|^{2017} \geq 0 \quad \forall x, y, z$$

$$\text{Mà } (x - 1)^{2016} + (2y - 1)^{2016} + |x + 2y - z|^{2017} = 0 \text{ nên dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 1)^{2016} = 0 \\ (2y - 1)^{2016} = 0 \\ |x + 2y - z|^{2017} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=\frac{1}{2} \\ 1+2.\frac{1}{2}-z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=\frac{1}{2} \\ z=2 \end{cases}$$

2. Ta có: $xy + 3x - y = 6 \Leftrightarrow x(y + 3) - (y + 3) = 6 - 3$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(y + 3) = 3 = 1.3 = 3.1 = (-1)(-3) = (-3)(-1)$$

Ta có bảng sau:

$x - 1$	1	3	-1	-3
$y + 3$	3	1	-3	-1
x	2	4	0	-2
y	0	-2	-6	-4

Vậy: $(x; y) = (2; 0) = (4; -2) = (0; 6) = (-2; -4)$

Câu 3:

1. Ta có: $A - (3xy - 4y^2) = x^2 - 7xy + 8y^2$

$$A = x^2 - 7xy + 8y^2 + (3xy - 4y^2)$$

$$A = x^2 - 4xy + 4y^2$$

2.

a) Vì đồ thị hàm số $y = f(x) = ax + 2$ đi qua điểm $A(a - 1; a^2 + a)$ nên:

$$a^2 + a = a(a - 1) + 2 \Leftrightarrow a^2 + a = a^2 - a + 2 \Leftrightarrow 2a = 2 \Leftrightarrow a = 1$$

b) Với $a = 1$ thì $y = f(x) = x + 2$

Ta có: $f(2x - 1) = f(1 - 2x) \Leftrightarrow (2x - 1) + 2 = (1 - 2x) + 2 \Leftrightarrow 4x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

Câu 4:

GT	$\Delta ABC, \widehat{A} = 90^\circ, \Delta ABD$ và ΔACE đều $I = BE \cap CD$
KL	a) $BE = CD$ b) ΔBDE là tam giác cân c) $\widehat{EIC} = 60^\circ$ và IA là tia phân giác của $\widehat{DIE}$

a) Ta có: $\begin{cases} \widehat{DAC} = \widehat{A}_1 + 90^\circ = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ \\ \widehat{BAE} = \widehat{A}_2 + 90^\circ = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{DAC} = \widehat{BAE}$

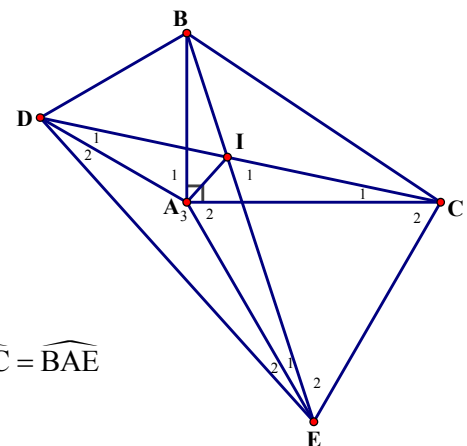
Xét ΔDAC và ΔBAE có:

$$DA = BA \text{ (GT)}$$

$$\widehat{DAC} = \widehat{BAE} \text{ (CM trên)}$$

$$AC = AE \text{ (GT)}$$

$$\Rightarrow \Delta DAC = \Delta BAE \text{ (c - g - c)} \Rightarrow BE = CD \text{ (Hai cạnh tương ứng)}$$



$$\text{b) Ta có: } \widehat{A}_3 + \widehat{A}_1 + \widehat{BAC} + \widehat{A}_2 = 360^\circ$$

$$\Leftrightarrow \widehat{A}_3 + 60^\circ + 90^\circ + 60^\circ = 360^\circ$$

$$\Leftrightarrow \widehat{A}_3 = 150^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{A}_3 = \widehat{DAC} = 150^\circ$$

Xét $\triangle DAE$ và $\triangle BAE$ có:

$$DA = BA \text{ (GT)}$$

$$\widehat{A}_3 = \widehat{DAC} \text{ (CM trên)}$$

AE: Cạnh chung

$$\Rightarrow \triangle DAE = \triangle BAE \text{ (c - g - c)} \Rightarrow DE = BE \text{ (Hai cạnh tương ứng)}$$

$\Rightarrow \triangle BDE$ là tam giác cân tại E

$$\text{c) Ta có: } \triangle DAC = \triangle BAE \text{ (CM câu a)} \Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{C}_1 \text{ (Hai góc tương ứng)}$$

$$\text{Lại có: } \widehat{I}_1 + \widehat{E}_2 + \widehat{ICE} = 180^\circ \text{ (Tổng 3 góc trong } \triangle ICE)$$

$$\Leftrightarrow \widehat{I}_1 + (\widehat{AEC} - \widehat{E}_1) + (\widehat{C}_1 + \widehat{C}_2) = 180^\circ$$

$$\Leftrightarrow \widehat{I}_1 + 60^\circ - \widehat{E}_1 + \widehat{C}_1 + 60^\circ = 180^\circ$$

$$\Leftrightarrow \widehat{I}_1 + 120^\circ = 180^\circ \text{ (Vì } \widehat{E}_1 = \widehat{C}_1)$$

$$\Leftrightarrow \widehat{I}_1 = 60^\circ$$

Vì $\triangle DAE = \triangle BAE$ (Cm câu b) $\Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{E}_2$ (Hai góc tương ứng) $\Rightarrow EA$ là tia phân giác của $\widehat{DEI}$ (1)

$$\text{Vi } \begin{cases} \triangle DAC = \triangle BAE \\ \triangle DAE = \triangle BAE \end{cases} \Rightarrow \triangle DAC = \triangle DAE \Rightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{D}_2 \text{ (Hai góc tương ứng)} \Rightarrow DA \text{ là tia}$$

phân giác của $\widehat{EDC}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow A$ là giao điểm của 2 tia phân giác trong $\triangle DIE \Rightarrow IA$ là đường phân giác thứ ba trong $\triangle DIE$ hay IA là tia phân giác của $\widehat{DIE}$

Câu 5:

1. Gọi $x = \frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0, (m, n) = 1$). Khi đó:

$$x + \frac{1}{x} = \frac{m}{n} + \frac{n}{m} = \frac{m^2 + n^2}{mn} \quad (1)$$

Để $x + \frac{1}{x}$ nguyên thì $m^2 + n^2 : mn$

$$\Rightarrow m^2 + n^2 : m$$

$$\Rightarrow n^2 : m \text{ (Vì } m^2 : m)$$

$$\Rightarrow n : m$$

Mà $(m, n) = 1$ nên $m = 1$ hoặc $m = -1$

*) Với $m = 1$:

Từ (1), ta có: $x + \frac{1}{x} = \frac{1^2 + n^2}{1 \cdot n} = \frac{1 + n^2}{n}$. Để $x + \frac{1}{x}$ nguyên thì $1 + n^2 \vdots n \Rightarrow 1 \vdots n$ hay $n = \pm 1$

*) Với $m = -1$:

Từ (1), ta có: $x + \frac{1}{x} = \frac{(-1)^2 + n^2}{(-1) \cdot n} = \frac{1 + n^2}{-n}$. Để $x + \frac{1}{x}$ nguyên thì $1 + n^2 \vdots (-n) \Rightarrow 1 \vdots (-n)$ hay $n = \pm 1$

Khi đó $x = \frac{m}{n} = \frac{1}{1} = \frac{1}{-1} = \frac{-1}{1} = \frac{-1}{-1}$ hay $x = \pm 1$

2. Ta có: $a + 3c = 2016$ (1) và $a + 2b = 2017$ (2)

Từ (1) $\Rightarrow a = 2016 - 3c$

Lấy (2) - (1) ta được: $2b - 3c = 1 \Leftrightarrow b = \frac{1 + 3c}{2}$. Khi đó:

$P = a + b + c = (2016 - 3c) + \frac{1 + 3c}{2} + c = \left(2016 + \frac{1}{2}\right) + \frac{-6c + 3c + 2c}{2} = 2016\frac{1}{2} - \frac{c}{2}$. Vì a, b, c

không âm nên $P = 2016\frac{1}{2} - \frac{c}{2} \leq 2016\frac{1}{2}$, $\text{Max}P = 2016\frac{1}{2} \Leftrightarrow c = 0$

----- **HẾT** -----