

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1 (2,5 điểm).

a) Tính giá trị các biểu thức sau:

$$A = \sqrt{16} + \sqrt{4} \quad B = \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} - \sqrt{3} \quad C = (\sqrt{8} + \sqrt{2})\sqrt{2}.$$

b) Cho biểu thức: $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}{3}$, với $x > 0$ và $x \neq 1$.

1) Rút gọn P ;

2) Tìm các giá trị của x để $P > \frac{1}{4}$.

Câu 2 (1,0 điểm).

a) Vẽ parabol $(P): y = x^2$;

b) Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $(P): y = x^2$ với đường thẳng $(d): y = 4x - 3$.

Câu 3 (2,5 điểm).

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x - y = 11 \end{cases}$$

b) Cho phương trình: $x^2 - 2mx - 4 = 0$ (*), với m là tham số.

1) Chứng minh rằng phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m ;

2) Tìm m để phương trình (*) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1 + 2x_2 - x_1x_2 = 8$.

c) Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi là 42 m và có độ dài đường chéo là 15 m. Tính chiều dài của mảnh đất đó.

Câu 4 (3,5 điểm). Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và $AB < AC$; hai đường cao BM, CN cắt nhau tại H với $M \in AC, N \in AB$.

a) Chứng minh rằng tứ giác $AMHN$ nội tiếp đường tròn;

b) Chứng minh rằng $AN \cdot AB = AM \cdot AC$;

c) Vẽ đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác ABC , đường thẳng AH cắt đường tròn (O) tại P ($P \neq A$).

Đường thẳng PN cắt (O) tại T ($T \neq P$); CT cắt MN tại F . Chứng minh rằng $CF \cdot CT = CN^2$;

d) Kẻ $NG \perp BC$ ($G \in BC$); $AP \cap BC = K$. Chứng minh rằng $FMKG$ là hình thang.

Câu 5 (0,5 điểm). Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $xyz = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{zx + xy}{1 + x^3} + \frac{xy + yz}{1 + y^3} + \frac{yz + zx}{1 + z^3} \leq \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}.$$

Hết

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....