SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI DƯƠNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2024 – 2025
Môn thi: TOÁN
Ngày thi: 03/12/2024
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)
(Đề thi có 01 trang)

Câu 1. (2,0 điểm)

1) Cho các số thực dương x,y,z thoả mãn điều kiện $x+y+z=3$ và $x^2+y^2+z^2=5$. Tính giá trị của biểu thức $P=x.\sqrt{\dfrac{(2+y^2)(2+z^2)}{2+x^2}}+y.\sqrt{\dfrac{(2+z^2)(2+x^2)}{2+y^2}}+z.\sqrt{\dfrac{(2+x^2)(2+y^2)}{2+z^2}}$.

2) Cho $f(x)$ là đa thức bậc ba với hệ số của hạng tử có bậc cao nhất bằng 1, thoả mãn điều kiện $f(2023)=2024$ và $f(2024)=2025$. Tính giá trị của $Q=-3f(2025)+f(2026)$.

Câu 2. (2,0 điểm)

1) Giải phương trình $\dfrac{2}{3}\sqrt{4x+1}-9x^2+26x-\dfrac{37}{3}=0$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases}2(x+1)(2y+1)+x+2=0\\4xy^2+4y^2+4xy-x-2y-6=0\end{cases}$.

Câu 3. (2,0 điểm)

1) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn $x^4+y^4=20y+2x^2y^2+1$.

2) Giả sử n là số tự nhiên thoả mãn điều kiện $n(n+1)+7$ không chia hết cho 7. Chứng minh rằng $4n^3-5n-1$ không là số chính phương.

Câu 4. (2,5 điểm)

1) Cho tam giác nhọn ABC có đường cao AH và O là giao điểm ba đường trung trực của tam giác ABC. Gọi M là giao điểm của AO và BC. Chứng minh rằng $\dfrac{HB}{HC}+\dfrac{MB}{MC}=\dfrac{AB}{AC}\left(\dfrac{\cos B}{\cos C}+\dfrac{\cos C}{\cos B}\right)$.

2) Cho hình vuông $AEIF$ có cạnh bằng a. Trên tia đối của tia EA lấy điểm B, trên tia đối của tia FA lấy điểm C sao cho $EB<FC$ và khoảng cách từ I đến đường thẳng BC bằng a. Gọi D là chân đường vuông góc hạ từ I xuống BC; K là giao điểm của AI và FD.

a) Chứng minh AK vuông góc với BK.

b) Gọi M là trung điểm của AB, MI cắt AC tại Q. Xác định vị trí của điểm B trên tia đối của tia EA để chu vi của tam giác AMQ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5. (0,5 điểm) Viết tất cả các số tự nhiên từ 1 đến 2025 lên bảng, rồi xoá đi 1011 số bất kì trong chúng. Chứng minh rằng trong các số còn lại trên bảng, tồn tại ít nhất hai số mà tổng của chúng là một số còn lại trên bảng.

Câu 6. (1,0 điểm) Cho a,b,c là các số thực dương thoả mãn $abc\geq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{a^2+bc+2}+\dfrac{1}{b^2+ca+2}+\dfrac{1}{ab(c^3+1)+2}$.

..... Hết .....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.