

Câu 1 (5,5 điểm).

1. Rút gọn biểu thức $A = \frac{x + \sqrt{x^2 - 2x}}{x - \sqrt{x^2 - 2x}} - \frac{x - \sqrt{x^2 - 2x}}{x + \sqrt{x^2 - 2x}}$ với $x \geq 2$.

2. Giải phương trình: $4x^2 + 3x + 3 = 4x\sqrt{x+3} + 2\sqrt{2x-1}$

3. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 - x = x^2y - y \\ \sqrt{2(x^4 + 1)} - 5\sqrt{x} + \sqrt{y} + 2 = 0 \end{cases}$$

Câu 2 (5,0 điểm).

Cho phương trình: $x^2 + (m^2 + 1)x + m = 2$ (m là tham số, x là ẩn).

1. Chứng minh với mọi giá trị của m phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$.

2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho: $\frac{2x_1 - 1}{x_2} + \frac{2x_2 - 1}{x_1} = x_1x_2 + \frac{55}{x_1x_2}$

Câu 3 (1,5 điểm).

Cho các số thực không âm x, y, z đôi một khác nhau đồng thời thỏa mãn

$(z + x)(z + y) = 1$. Chứng minh rằng: $\frac{1}{(x - y)^2} + \frac{1}{(z + x)^2} + \frac{1}{(z + y)^2} \geq 4$

Câu 4 (7,0 điểm).

Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) vẽ các tiếp tuyến MA, MB và cát tuyến MNP với đường tròn (A, B là các tiếp điểm, N nằm giữa M và P). Gọi H là giao điểm của AB và MO.

1. Chứng minh: Tứ giác NHOP nội tiếp được đường tròn.

2. Kẻ dây cung PQ vuông góc với đường thẳng MO. Chứng minh ba điểm N, H, Q thẳng hàng.

3. Gọi E là giao điểm của MO và cung nhỏ AB của đường tròn (O). Chứng minh: NE là tia phân giác của $\widehat{MNH}$.

Câu 5 (1,0 điểm).

Tìm tất cả các số nguyên dương x, y thỏa mãn:
$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 9 \\ 50 < x < 100 \end{cases}$$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh :..... Số báo danh:.....

Họ và tên, chữ ký: Giám thị 1:.....

Giám thị 2:.....

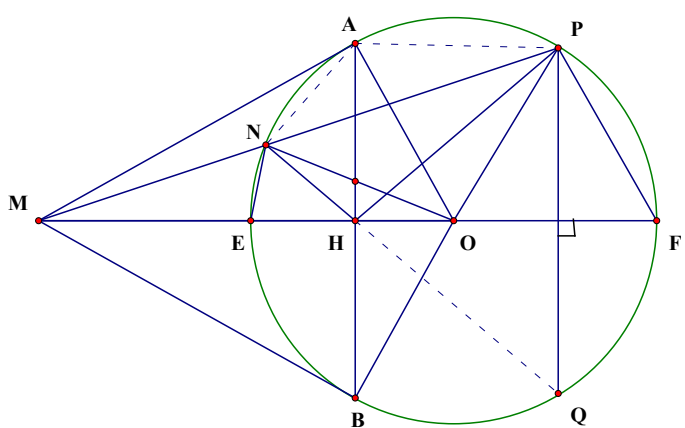
I. Hướng dẫn chung

1. Bài làm của học sinh đúng đến đâu cho điểm đến đó.
2. Học sinh có thể sử dụng kết quả câu trước làm câu sau. Nếu học sinh làm sai câu trước mà vẫn sử dụng kết quả của câu trước làm đúng câu sau thì chấm chước để chấm ý sau bình thường theo biểu điểm.
3. Đối với bài hình, nếu vẽ sai hình hoặc không vẽ hình thì không cho điểm.
4. Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà đúng vẫn cho điểm đủ từng phần như hướng dẫn, thang điểm chi tiết do tổ chấm thống nhất.
5. Việc chi tiết hoá thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong hướng dẫn phải đảm bảo không sai lệch và đảm bảo thống nhất thực hiện trong toàn tổ chấm.

II. Hướng dẫn chi tiết

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 (5,5 điểm)	1. (2,0 điểm)	
	$A = \frac{(x + \sqrt{x^2 - 2x})^2 - (x - \sqrt{x^2 - 2x})^2}{(x + \sqrt{x^2 - 2x})(x - \sqrt{x^2 - 2x})}$	0,25
	$A = \frac{(x + \sqrt{x^2 - 2x})^2 - (x - \sqrt{x^2 - 2x})^2}{x^2 - x^2 + 2x}$	0,25
	$A = \frac{(x^2 + 2x\sqrt{x^2 - 2x} + x^2 - 2x) - (x^2 - 2x\sqrt{x^2 - 2x} + x^2 - 2x)}{2x}$	0,25
	$A = \frac{(2x^2 - 2x + 2x\sqrt{x^2 - 2x}) - (2x^2 - 2x - 2x\sqrt{x^2 - 2x})}{2x}$	0,25
	$A = \frac{4x\sqrt{x^2 - 2x}}{2x}$	0,5
	$A = 2\sqrt{x^2 - 2x}$	0,5
	2. (1,5 điểm)	
	Điều kiện: $\begin{cases} x + 3 \geq 0 \\ 2x - 1 \geq 0 \end{cases} (*)$	0,25
	$\Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$	0,25
	Với điều kiện (*) phương trình đã cho tương đương với: $(4x^2 - 4x\sqrt{x+3} + x + 3) + (2x - 1 - 2\sqrt{2x-1} + 1) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (2x - \sqrt{x+3})^2 + (\sqrt{2x-1} - 1)^2 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \sqrt{x+3} = 0 \\ \sqrt{2x-1} - 1 = 0 \end{cases}$	0,25

Câu 2 (5,0 điểm)	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+3} = 2x \\ 2x-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+3} = 2x \\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$ (Thỏa mãn điều kiện (*)).	0,25
	Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x=1$.	
	3. (2,0 điểm)	
	Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ (*)	0,25
	Xét phương trình: $x^3 - x = x^2y - y \Leftrightarrow (x-y)(x^2-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ x=\pm 1 \end{cases}$	0,25
	Với $x=-1$ không thỏa mãn điều kiện (*)	0,25
	Với $x=1$ thay vào phương trình còn lại có: $\sqrt{y}-1=0 \Leftrightarrow y=1$ thỏa mãn điều kiện (*).	0,25
	Với $x=y \geq 0$ khi đó ta có phương trình: $\sqrt{2(x^4+1)}-4\sqrt{x}+2=0$ (**)	0,25
	Nhận xét: Với mọi $x \geq 0$ ta có: $(x^2-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^4+1 \geq 2x^2$ và $\sqrt{x^2}=x$	
	Do đó: $\sqrt{2(x^4+1)}-4\sqrt{x}+2 \geq \sqrt{4x^2}-4\sqrt{x}+2=2x-4\sqrt{x}+2=2(\sqrt{x}-1)^2 \geq 0$	0,25
	Do đó: (**) $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-1=0 \\ \sqrt{x}-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=1 \Rightarrow y=1$ thỏa mãn điều kiện (*)	0,25
	Vậy hệ đã cho có nghiệm $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$	0,25
	1. (2,0 điểm)	
	Biến đổi phương trình đã cho về dạng: $x^2 + (m^2+1)x + m - 2 = 0$	0,25
	Ta có: $\Delta = (m^2+1)^2 - 4(m-2)$	0,25
	$\Leftrightarrow \Delta = m^4 + 2m^2 + 1 - 4m + 8$	0,25
	$\Leftrightarrow \Delta = m^4 + 2m^2 - 4m + 9$	0,25
	$\Leftrightarrow \Delta = m^4 + 2(m^2 - 2m + 1) + 7$	0,25
	$\Leftrightarrow \Delta = m^4 + 2(m-1)^2 + 7$	0,25
	Ta có: $\begin{cases} m^4 \geq 0 \\ (m-1)^2 \geq 0 \end{cases}$ với $\forall m \in R$.	0,25
	Nên có $\Delta > 0$ với $\forall m \in R$.	
	Vậy với mọi giá trị của m phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$	0,25
	2. (3,0 điểm)	
	Để thỏa mãn yêu cầu bài toán phương trình đã cần có hai nghiệm $\begin{cases} x_1 \neq 0 \\ x_2 \neq 0 \end{cases}$.	0,25
	Do đó có: $m \neq 2$	0,25
	Từ giả thiết ta có: $x_1(2x_1-1) + x_2(2x_2-1) = x_1^2x_2^2 + 55$	0,25
	$\Leftrightarrow 2[(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2] - (x_1+x_2) - x_1^2x_2^2 - 55 = 0$ (*)	0,25
	Theo định lý Vi - ét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2 = -m^2-1 \\ x_1x_2 = m-2 \end{cases}$	0,5
	Thay vào (*) có: $2[(m^2+1)^2 - 2(m-2)] + (m^2+1) - (m-2)^2 - 55 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow 2(m^4+2m^2-2m+5) + (m^2+1) - (m^2-4m+4) - 55 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow 2m^4 + 4m^2 - 48 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (m^2-4)(m^2+6) = 0$	0,25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 = 0 \\ m^2 + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \pm 2$	0,25
	$m = -2$ (Loại giá trị $m = 2$)	0,25
Câu 3 (1,5 điểm)	+ Đặt $\begin{cases} a = x + z \\ b = y + z \end{cases}$ ta có $\begin{cases} a, b > 0; a \neq b \\ ab = 1 \end{cases}$ Khi đó có bất đẳng thức: $\frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq 4$	0,25
	Thay $ab = 1$ vào ta có: $\frac{1}{(a-\frac{1}{a})^2} + \frac{1}{a^2} + a^2 \geq 4$	0,25
	Xét biểu thức: $F = \frac{1}{(a-\frac{1}{a})^2} + \frac{1}{a^2} + a^2 = \frac{a^2}{(a^2-1)^2} + \frac{(a^2-1)^2}{a^2} + 2$	0,25
	Viết $F = (\frac{a}{a^2-1} - \frac{a^2-1}{a})^2 + 4$. Do đó có $F \geq 4$	0,25
	Dấu đẳng thức xảy ra khi: $\frac{a}{a^2-1} = \frac{a^2-1}{a} \Leftrightarrow (a^2-1)^2 = a^2 \Leftrightarrow a^4 - 3a^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \\ a = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \end{cases}$	0,25
	Vậy với các số thực không âm x, y, z đôi một khác nhau đồng thời thỏa mãn $\begin{cases} x+z = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \\ y+z = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x+z = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \\ y+z = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \end{cases}$ thì bất đẳng thức được chứng minh.	0,25
Câu 4 (7,0 điểm)	1. (2,5 điểm)	
		0,25
	Chứng minh $\Delta MNA \sim \Delta MAP$	0,25
	Suy ra $MN.MP = MA^2$	0,5
	Chứng minh $AB \perp MO$ tại H	0,25
	Suy ra $MH.MO = MA^2$	0,25
	Vậy có: $MN.MP = MH.MO$	0,25

	$\Rightarrow \triangle MNH \sim \triangle MOP$ (c.g.c)	0,25
	Suy ra $\widehat{MHN} = \widehat{MPO}$	0,25
	Vậy tứ giác NHOP nội tiếp.	0,25
	2. (2,5 điểm)	
	$PQ \perp MO$ nên P và Q đối xứng qua MO	0,25
	Vậy: $\widehat{QHO} = \widehat{PHO}$	0,25
	$\widehat{PHO} = \widehat{ONP}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung OP)	0,5
	$\widehat{ONP} = \widehat{OPN}$	0,5
	$\widehat{OPN} = \widehat{MHN}$ (Theo chứng minh câu 1).	0,25
	$\Rightarrow \widehat{QHO} = \widehat{MHN}$	0,25
	Mà $\widehat{QHO}; \widehat{MHN}$ nằm ở các vị trí đối đỉnh nên 3 điểm N, H, Q thẳng hàng.	0,5
	3. (2,0 điểm)	
	+ Tứ giác NHOP nội tiếp nên $\widehat{HNM} = \widehat{HOP}$ (1)	0,5
	+ ME cắt đường tròn (O) tại F. Chứng minh: $\widehat{HOP} = 2\widehat{EFP}$ (2)	0,5
	+ Tứ giác NEFP nội tiếp nên $\widehat{ENM} = \widehat{EFP}$ (3)	0,5
	Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{HNM} = 2\widehat{ENM}$.	0,25
	Vậy NE là phân giác của $\widehat{HNM}$	0,25
Câu 5 (1.0 điểm)	+ Ta có: $x^2 - 9 = 2y^2$ nên x^2 là số lẻ suy ra x là số lẻ. và $x^2 - 9 = (x-3)(x+3) = 2y^2$ nên $x+3 = 2k (k \in N)$.	0,25
	+ Xét p là một số nguyên tố lớn hơn 3. Mặt khác luôn có $x+3 > x-3$ Dễ dàng chứng minh được nếu p là ước số của $(x+3)$ thì $(x-3; p) = 1$ Mặt khác từ giả thiết $(x-3)(x+3) = 2y^2$ nên ta có nhận xét nếu $x+3 : p \Rightarrow x-3 : p^2$ Lại do $50 < x < 100$ nên có $p \in \{5; 7\}$	0,25
	+ Xét với $p = 5 \Rightarrow \begin{cases} x+3 = 75 \\ x+3 = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 72 \\ x = 97 \end{cases}$ không thỏa mãn yêu cầu. + Xét với $p = 7 \Rightarrow x+3 = 98 \Leftrightarrow x = 95$ không thỏa mãn yêu cầu đề bài. Vậy $x+3$ có ước số nguyên tố là 2 và 3.	0,25
	+ Do đó $x+3 = 6t \Rightarrow x-3 = 6(t-1)$ nên từ giả thiết ta có $t-1; t$ là hai số tự nhiên liên tiếp có tính chất biểu diễn được dưới dạng lũy thừa của hai số 2 và 3. Từ giả thiết ta có $9 \leq t \leq 17$ nên có $t = 9$ Vậy có $x+3 = 54 \Rightarrow x = 51$. Khi đó có $y = 36$ Vậy $(x = 51; y = 36)$	0,25

-----Hết-----