

Câu 1. (4,5 điểm)

1. Tính giá trị biểu thức:

a) $\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{5}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{-3}{11}\right) : \frac{5}{11};$ b) $\left[6\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3\left(-\frac{1}{3}\right) + 1\right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)$

c) $\left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7}\right) : \frac{2022}{2023}$

Câu 2. (4,0 điểm)

a) Tìm x biết: $|-2| \cdot 3^x + 3^{x+2} = 99;$

b) Tìm x, y biết: $\frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x};$

c) Tìm số tự nhiên x, y biết: $7(x-2023)^2 = 23 - y^2$

Câu 3. (4,5 điểm)

a) Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3, biết p + 2 cũng là số nguyên tố. Chứng tỏ rằng p + 1 chia hết cho 6.

b) Tìm số nguyên x để biểu thức sau đạt giá trị lớn nhất, tìm giá trị lớn nhất đó:

$$P = \frac{x+1}{2x-2}.$$

c) Một trường THCS có ba lớp 7, tổng số học sinh hai lớp 7A, 7B là 85 em, Nếu chuyển 10 học sinh từ lớp 7A sang lớp 7C thì số học sinh ba lớp 7A, 7B, 7C tỉ lệ thuận với 7;8;9. Hỏi lúc đầu mỗi lớp có bao nhiêu học sinh?

Câu 4. (7,0 điểm)

1. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh BC lấy điểm D, trên tia đối của CB lấy điểm E sao cho BD = CE. Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt AB và AC lần lượt ở M và N. Chứng minh rằng:

a) BM = CN.

b) BC < MN.

c) Đường thẳng vuông góc với MN tại giao điểm của MN và BC luôn luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC

2. Cho tam giác ABC có góc B bằng 45^0 , góc C bằng 120^0 . Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho CD = 2CB. Tính góc ADB

-----HẾT-----

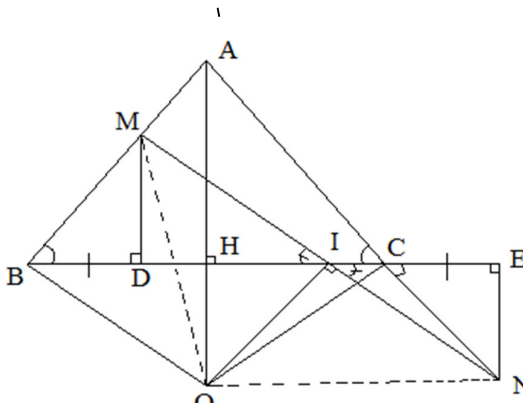
Giám thị không giải thích gì thêm

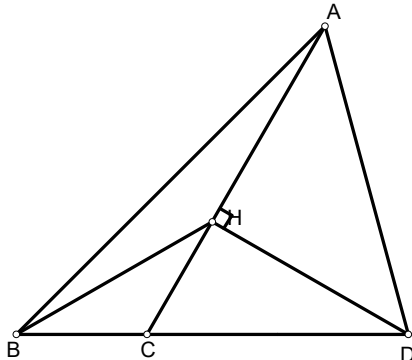
Họ và tên thí sinh.....SBD:.....

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI HỌC SINH TRƯỜNG MÔN TOÁN LỚP 7
NĂM HỌC 2022-2023
(Hướng dẫn chấm này có 04 trang)

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1 4,5 đ	a 1,5	1. Tính giá trị biểu thức: a) $\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{5}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{-3}{11}\right) : \frac{5}{11}$;	<u>1,5</u>
		$\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{5}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{-3}{11}\right) : \frac{5}{11} = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} + \frac{-4}{7} + \frac{-3}{11}\right) : \frac{5}{11}$	0,5
		$= \left(\frac{-3}{7} + \frac{-4}{7} + \frac{4}{11} + \frac{-3}{11}\right) : \frac{5}{11} = \left(-1 + \frac{1}{11}\right) : \frac{5}{11}$	0,5
		$= \frac{-10}{11} : \frac{5}{11} = -2$	0,5
	b 1,5	b) $\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1\right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)$	<u>1,5</u>
		$\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1\right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right) = \left[6 \cdot \frac{1}{9} + 1 + 1\right] : \left(-\frac{4}{3}\right)$	0,5
		$\left[6 \cdot \frac{1}{9} + 1 + 1\right] : \left(-\frac{4}{3}\right) = \left(\frac{2}{3} + 2\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$	0,5
		$= \frac{8}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = -2$	0,5
	c 1,5	c) $\left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7}\right) : \frac{2022}{2023}$	<u>1,5</u>
		$= \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{1}{10}}\right) : \frac{2022}{2023}$	0,5
		$= \left(\frac{2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)}{7\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)} - \frac{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)}{\frac{7}{2}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)}\right) : \frac{2022}{2023}$	0,5
		$= \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7}\right) : \frac{2022}{2023} = 0$	0,5
2 4,0	a 1,0	2. a) Tìm x biết: $ -2 \cdot 3^x + 3^{x+2} = 99$;	<u>1,0</u>
		$ -2 \cdot 3^x + 3^{x+2} = 99 \Leftrightarrow 2 \cdot 3^x + 3^{x+2} = 99$	0,25

d		$\Leftrightarrow 3^x(2+3^2)=99$	0,25
		$\Leftrightarrow 3^x.11=99 \Leftrightarrow 3^x=9 \Leftrightarrow x=2$	0,5
	b 1,5	b) Tìm x, y biết: $\frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x}$;	1,5
		Áp dụng tính chất dãy tỷ số bằng nhau ta có: $\frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x} = \frac{1+7y-1-5y}{4x-5x} = \frac{2y}{-x} = \frac{1+5y-1-3y}{5x-12} = \frac{2y}{5x-12}$	0,5
		$\Rightarrow \frac{2y}{-x} = \frac{2y}{5x-12}$ TH1: $y=0$, thay vào $\Rightarrow$ không thỏa mãn	0,5
		TH2: $y \neq 0 \Rightarrow -x = 5x-12 \Leftrightarrow x=2$ Thay $x=2$ vào trên ta được: $\frac{1+3y}{12} = \frac{2y}{-2} = -y$ $\Rightarrow 1+3y = -12y \Rightarrow y = \frac{-1}{15}$ Vậy $x=2, y = \frac{-1}{15}$ thỏa mãn đề bài.	0,5
	c 1,5	c) Tìm số tự nhiên x, y biết: $7(x-2023)^2 = 23-y^2$	1,5
		Vì x, y là các số tự nhiên nên $(x-2023)^2, y^2$ là các số chính phương nên không âm nên $23-y^2 \leq 23 \Rightarrow 0 \leq 7(x-2023)^2 \leq 23$	0,5
		Do đó $\begin{cases} (x-2023)^2 = 0 \\ (x-2023)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2023 \\ x = 2024 \end{cases}$	0,5
		+ Với $x=2023$ thì không có giá trị của y tự nhiên thỏa mãn.	0,25
		+ Với $x=2024$ thì $y^2=16 \Rightarrow y=4$. Vậy $(x;y)=(2024;4)$	0,25
3 4,5 d	a 1,5	a) Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3. Biết $p+2$ cũng là số nguyên tố. Chứng tỏ rằng $p+1$ chia hết cho 6.	1,5
		Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p lẻ, do đó $p+1$ chẵn $\Rightarrow (p+1) : 2 \quad (1)$	0,5
		Cũng do p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên $p=3k+1$ hoặc $p=3k+2$ ($k \in \mathbb{N}$)	0,25
		Nếu $p=3k+1$ thì $p+2=3k+3=3(k+1) : 3$ $\Rightarrow p+2$ không là số nguyên tố nên $p=3k+1$ không xảy ra.	0,25
		Do đó $p=3k+2 \Rightarrow p+1=3k+3=3(k+1) : 3 \quad (2)$	0,25
		Vì $(2;3)=1$ nên từ (1) và (2) ta có $(p+1) : 6$	0,25

	b 1,5	b) Tìm số nguyên x để biểu thức sau đạt giá trị lớn nhất, tìm giá trị lớn nhất đó: $P = \frac{x+1}{2x-2}$.	1,5
		$P = \frac{x+1}{2x-2} = \frac{(x-1)+2}{2(x-1)} = \frac{1}{2} + \frac{2}{x-1}$	0,5
		Để $P_{\max} \Leftrightarrow \frac{2}{x-1} \max \Leftrightarrow x-1 > 0$ và nhỏ nhất (x nguyên) $\Leftrightarrow x = 2$	0,5
		$P_{\max} = \frac{1}{2} + \frac{2}{2-1} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = 2$	0,5
	b 1,5	c) Một trường THCS có ba lớp 7, tổng số học sinh hai lớp 7A, 7B là 85 em, Nếu chuyển 10 học sinh từ lớp 7A sang lớp 7C thì số học sinh ba lớp 7A, 7B, 7C tỉ lệ thuận với 7;8;9. Hỏi lúc đầu mỗi lớp có bao nhiêu học sinh?	1,5
		Gọi số học sinh của lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là x, y, z (học sinh) ($x, y, z \in \mathbb{N}^*, x > 10$)	0,25
		Theo bài ra ta có $x + y = 85$ (1)	0,25
		Nếu chuyển 10 học sinh từ lớp 7A sang lớp 7C thì số học sinh ba lớp 7A, 7B, 7C tỉ lệ thuận với 7;8;9 nên ta có: $\frac{x-10}{7} = \frac{y}{8} = \frac{z+10}{9}$ (2)	0,25
		Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{x-10}{7} = \frac{y}{8} = \frac{z+10}{9} = \frac{(x-10)+y}{7+8} = \frac{85-10}{15} = 5$	0,25
		Suy ra $x = 45, y = 40, z = 35$ (Thỏa mãn điều kiện)	0,25
		Vậy số học sinh của lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là 45, 40, 35 học sinh.	0,25
	4 7,0 d	1. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh BC lấy điểm D, trên tia đối của CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt AB và AC lần lượt ở M và N. Chứng minh rằng: a) $BM = CN$. b) $BC < MN$. c) Đường thẳng vuông góc với MN tại giao điểm của MN và BC luôn luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC	6,0
			
	a	Xét $\triangle MDB$ và $\triangle NEC$ có:	

	2,0	$\widehat{MDB} = \widehat{NEC} (= 90^\circ)$	0,5
		$BD = CE$ (gt)	0,25
		$\widehat{MBD} = \widehat{NCE} (= \widehat{ACB})$	0,75
		$\Rightarrow \triangle MDB = \triangle NEC$ (g.c.g) $\Rightarrow BM = CN$ (hai cạnh tương ứng)	0,5
	b	Ta có $BC = BD + DC$; $DE = DC + CE$, mà $BD = CE$ (gt)	1,0
	2.0	$\Rightarrow BC = DE$	
		Gọi I là giao điểm của MN và BC ta có $DE = DI + IE < MI + IN = MN$ (quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên) $\Rightarrow BC < MN$ (3)	1,0
	c 2.0	Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A xuống BC. $\Rightarrow AH$ vừa là đường cao vừa là đường phân giác của tam giác cân ABC.	0,25
		Gọi O là giao điểm của AH với đường thẳng vuông góc với MN kẻ từ I. $\triangle OAB = \triangle OAC$ (c.g.c)	0,25
		$\Rightarrow \widehat{OBA} = \widehat{OCA}$ (cặp góc tương ứng) (*) $\Rightarrow OC = OB$ (cặp cạnh tương ứng) (1)	0,25
		$\triangle MDI = \triangle NEI$ (g.c.g) $\Rightarrow IM = IN$ (cặp cạnh tương ứng) (2)	0,25
		$\triangle OIM = \triangle OIN$ (c.g.c) $\Rightarrow OM = ON$ (cặp cạnh tương ứng) (3)	0,25
		Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow \triangle OBM = \triangle OCN$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{OBM} = \widehat{OCN}$ (cặp góc tương ứng) (**)	0,25
		Từ (*) và (**) suy ra $\widehat{OCA} = \widehat{OCN} = 90^\circ$, do đó $OC \perp AC$.	0,25
		$\Rightarrow$ điểm O cố định. Vậy đường thẳng vuông góc với MN tại giao điểm của MN và BC luôn luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC	0,25
		2. Cho tam giác ABC có góc B bằng 45° , góc C bằng 120° . Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho $CD = 2CB$. Tính góc ADB	1,0
	2. 1,0 đ		
		Kẻ DH Vuông góc với AC vì $\widehat{ACD} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{CDH} = 30^\circ$ Từ đó chứng minh được $CH = \frac{CD}{2} \Rightarrow CH = BC$	0,5
		Tam giác BCH cân tại C $\Rightarrow \widehat{CBH} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{ABH} = 15^\circ$ Mà $\widehat{ABH} = 15^\circ$ nên tam giác AHB cân tại H Do đó tam giác AHD vuông cân tại H Vậy $\widehat{ADB} = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$ ADB = $45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$	0,5

Lưu ý:

- Nếu học sinh không vẽ hình bài 4 hoặc vẽ sai thì không chấm bài 4.
- Nếu học sinh làm cách khác đúng thì vẫn cho điểm tương ứng với từng phần.