

Bài 1 (5,0 điểm)

Cho biểu thức: $A = \frac{4x^3 - 8x^2 + 3x - 6}{2x^2 - 3x - 2}$

- Rút gọn A.
- Tìm giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên.

Bài 2 (3,0 điểm)

- Chứng minh rằng: $n^3 + 2012n$ chia hết cho 48 với mọi n chẵn.
- Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $B = \frac{x+1}{|x-2|}$ với x là số nguyên.

Bài 3 (3,0 điểm)

Giải phương trình: $\frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = \frac{5}{2}$.

Bài 4 (3,0 điểm)

Tìm các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn:

- $5x^2 + y^2 = 17 + 2xy$.
- $|x+2| + |x-1| = 3 - (y+2)^2$.

Bài 5 (6,0 điểm)

Cho hình bình hành ABCD, lấy điểm M trên BD sao cho $MB \neq MD$. Đường thẳng qua M và song song với AB cắt AD và BC lần lượt tại E và F. Đường thẳng qua M và song song với AD cắt AB và CD lần lượt tại K và H.

- Chứng minh: $KF \parallel EH$.
- Chứng minh: các đường thẳng EK, HF, BD đồng quy.
- Chứng minh: $S_{MKAE} = S_{MHCF}$.

..... Hết

Họ và tên thí sinh: Họ, tên chữ ký GT1:

Số báo danh: Họ, tên chữ ký GT2:

Bài 1 (5,0điểm)	Hướng dẫn giải	Điểm
a) (3,0điểm)	Rút gọn A	
	- Phân tích được $4x^3 - 8x^2 + 3x - 6 = (x - 2)(4x^2 + 3)$	1,0
	- Phân tích được $2x^2 - 3x - 2 = (x - 2)(2x + 1)$	1,0
	- Rút gọn được kết quả $A = \frac{4x^2 + 3}{2x + 1}$	1,0
b) (2,0điểm)	Tìm giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên	
	- Tìm ĐKXD: $x \neq -\frac{1}{2}; x \neq 2$	0,25
	$A = \frac{4x^2 + 3}{2x + 1} = 2x - 1 + \frac{4}{2x + 1}$	1,0
	-Lập luận để A có giá trị nguyên $\Leftrightarrow x \in \mathbb{Z}$ và $2x + 1$ là ước lẻ của 4	0,5
	- Tìm được $x = 0; -1$	0,25
Bài 2 (3,0điểm)		
a) (1,5 điểm)	Vì n chẵn nên $n = 2k$ ($k \in \mathbb{Z}$)	
	Do đó $n^3 + 2012n = (2k)^3 + 2012.2k$	0,5
	$= 8k^3 + 4024k$	
	$= 8k^3 - 8k + 4032k$	0,5
	$= 8k(k^2 - 1) + 4032k$	
	$= 8k(k + 1)(k - 1) + 4032k$	0,25
	và lập luận suy ra điều phải chứng minh	0,25
b) (1,5 điểm)	Nhận xét : $B = \frac{x+1}{ x-2 }$ với $x \neq 2$ mà $ x-2 > 0$ với mọi $x \neq 2$ nên:	
	Nếu $x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -1$ thì $B < 0$	
	Nếu $x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ thì $B = 0$	
	Nếu $x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$ thì $B > 0$	0,5
	Suy ra B đạt giá trị lớn nhất nếu $x > -1$	
	Do x là số nguyên, $x \neq 2, x > -1$	
	Nên ta xét các trường hợp sau	
	$x = 0$ thì $B = \frac{1}{2}$ (1)	
	$x = 1$ thì $B = 2$ (2)	
	$x > 2$ thì $B = \frac{x+1}{x-2}$	0,5
	Với $x > 2$ ta có $B = \frac{x+1}{x-2} = 1 + \frac{3}{x-2}$	
	B lớn nhất khi $\frac{3}{x-2}$ lớn nhất	
	mà $3 > 0$ và $x > 2 \Leftrightarrow x - 2 > 0$	0,25

	nên: $\frac{3}{x-2}$ lớn nhất khi $x - 2$ nhỏ nhất và $x - 2$ nguyên $\Leftrightarrow x - 2 = 1 \Leftrightarrow$ $x = 3 \Leftrightarrow B = 4$ (3) Từ (1), (2), (3) suy ra: B lớn nhất bằng 4 khi $x = 3$	0,25
Bài 3 (3,0 điểm)		
	ĐKXD: $x \neq 0$	0,25
	Đặt $y = \frac{x^2+1}{x}$ ($y \neq 0$) $\Rightarrow \frac{x}{x^2+1} = \frac{1}{y}$ Khi đó ta có phương trình $y + \frac{1}{y} = \frac{5}{2}$ (2)	0,5
	Giải (2) tìm được $y = 2$ (tmdk); $y = \frac{1}{2}$ (tmdk)	0,5
	Với $y = 2 \Rightarrow \frac{x^2+1}{x} = 2$. Tìm được $x = 1$ (tmdk)	0,75
	Với $y = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x^2+1}{x} = \frac{1}{2}$. Lập luận chứng tỏ phương trình này vô nghiệm	0,75
	Kết luận: Phương trình đã cho có nghiệm $x = 1$	0,25
Bài 4 (3,0 điểm)		
a) (1,5 điểm)	$5x^2 + y^2 = 17 + 2xy \Leftrightarrow (x - y)^2 + 4x^2 = 17 \Rightarrow x^2 \leq \frac{17}{4} \Rightarrow 0 \leq x^2 \leq \frac{17}{4}$ Do x nguyên nên $x^2 \in \{0; 1; 4\}$ $+ x^2 = 0 \Rightarrow (x - y)^2 = 17$ (loại) $+ x^2 = 1 \Rightarrow (x - y)^2 = 13$ (loại) $+ x^2 = 4 \Rightarrow (x - y)^2 = 1$ Với $x = 2$ thì $(2 - y)^2 = 1$ tìm được $y = 1$; $y = 3$ Với $x = -2$ thì $(-2 - y)^2 = 1$ tìm được $y = -1$; $y = -3$	0,5
	Vậy các cặp số nguyên (x; y) là (2;1); (2;3); (-2;-1); (-2;-3)	0,25
b) (1,5 điểm)	Chứng tỏ được $ x+2 + x-1 \geq 3$ với mọi x Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow -2 \leq x \leq 1$ Chứng tỏ được $3 - (y+2)^2 \leq 3$ với mọi y Do đó $ x+2 + x-1 = 3 - (y+2)^2 = 3$ $3 - (y+2)^2 = 3$ tìm được $y = -2$ $ x+2 + x-1 = 3$ khi $-2 \leq x \leq 1$ mà $x \in \mathbb{Z}$ $\Rightarrow x = -2; -1; 0; 1$	0,25
	Vậy các cặp số nguyên (x; y) là: (-2; -2); (-1; -2); (0; -2); (1; -2)	0,75
		0,25
Bài 5 (6,0 điểm)	Hình vẽ	

a, (2,0 điểm)	Chứng minh: $KF \parallel EH$ Chứng minh được: $\frac{BK}{AK} = \frac{MF}{ME}$ Chứng minh được: $\frac{MF}{ME} = \frac{BF}{DE} = \frac{BF}{FC}$ (hệ quả định lý Ta - lét) Suy ra $\frac{BK}{AK} = \frac{BF}{FC} \Rightarrow KF \parallel AC$ (Định lý Ta - lét đảo) Chứng minh tương tự ta có $EH \parallel AC$ Kết luận $KF \parallel EH$	0,5 0,5 0,25 0,5 0,25
b, (2,0điểm)	Chứng minh: các đường thẳng EK, HF, BD đồng quy Gọi giao điểm của BD với KF và HE lần lượt là O và Q. N là giao điểm của AC và BD Chứng minh được $\frac{OK}{OF} = \frac{QE}{QH} = 1$ Gọi giao điểm của đường thẳng EK và HF là P, giao điểm của đường thẳng EK và DB là P'. Chứng minh được P và P' trùng nhau Kết luận các đường thẳng EK, HF, BD đồng quy	0,75 1,0 0,25
c, (2,0 điểm)	Chứng minh: $S_{MKAE} = S_{MHCF}$ Kẻ EG và FI vuông góc với HK, I và G thuộc HK Chỉ ra được: $S_{MKAE} = MK.EG$; $S_{MHCF} = MH.FI$ Chứng minh được: $\frac{MK}{MH} = \frac{KB}{HD}$ Suy ra $\frac{MK}{MH} = \frac{MF}{ME}$ Chứng minh được: $\frac{MF}{ME} = \frac{FI}{EG}$ Suy ra $\frac{MK}{MH} = \frac{FI}{EG}$, suy ra $MK.EG = MH.FI$ Suy ra điều phải chứng minh	0,5 0,25 0,25 0,25 0,5 0,25

Chú ý:

- Học sinh có cách giải khác đúng cho điểm tương đương.
- Nếu bài hình phần trên (a) sai thì vẫn chấm điểm phần dưới (b,...).