



ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Năm học: 2022-2023

Môn: Toán 9
Thời gian làm bài: 90 phút.

Bài 1. (2 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{x}{\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{x+5}{x-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

- 1) Tính giá trị biểu thức A với $x = 25$
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Cho $P = A.B$. Tìm x để $P \leq 4$.

Bài 2. (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Tính chiều dài và chiều rộng của một hình chữ nhật biết rằng nếu tăng chiều dài thêm 3m và giảm chiều rộng đi 2m thì diện tích hình chữ nhật không thay đổi; Nếu giảm chiều dài đi 3m và tăng chiều rộng thêm 3m thì diện tích hình chữ nhật không thay đổi.

Bài 3. (2,5 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3\sqrt{x-1} + 2y = 13 \\ 2\sqrt{x-1} - y = 4 \end{cases}$$
- 2) Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$
 - a) Giải phương trình với $m = 3$
 - b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 2$

Bài 4. (3 điểm)

Cho đường tròn (O) , đường kính AB . Gọi H là điểm cố định trên đoạn OB (H khác O, B). Dựng đường thẳng d qua H vuông góc với AB . Điểm C di động trên đường thẳng d sao cho C nằm ngoài (O) , BC cắt (O) tại điểm thứ hai D , AD cắt d tại E

- 1) Chứng minh tứ giác $BDEH$ nội tiếp.
- 2) Chứng minh $HE.HC = HA.HB$
- 3) Đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE cắt AC tại điểm thứ hai là I . Chứng minh: I thuộc đường tròn (O) và DA là tia phân giác của $\widehat{HDI}$.

Bài 5. (0,5 điểm)

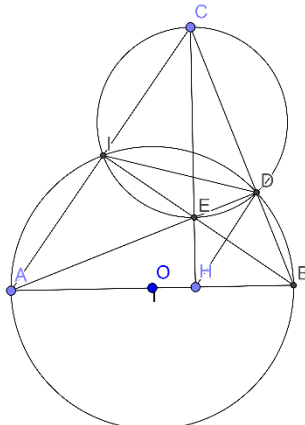
Cho hai số $a, b > 0$ thỏa mãn:

$$(\sqrt{a} + 2)(\sqrt{b} + 2) = 9. \text{ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: } T = \frac{a^4}{b} + \frac{b^4}{a}$$

..... Hết

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Ý	Đáp án	Biểu điểm
Bài 1 2,0 điểm	1)	Thay $x = 25$ (TM ĐKXĐ) vào A ta có	0,25
		Thay vào biểu thức A tính được $A = \frac{25}{6}$	0,25
	2)	$B = \frac{3}{\sqrt{x} + 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{x + 5}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$	0,25
		$B = \frac{3(\sqrt{x} - 1) - (\sqrt{x} + 1) + x + 5}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}$	0,25
		$B = \frac{x + 2\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}$	0,25
		$B = \frac{(\sqrt{x} + 1)^2}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}$	0,25
	3)	$P = \frac{x}{\sqrt{x}-1}$. Theo đề bài $P \leq 4 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x}-1} \leq 4 \Leftrightarrow \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}-1} \leq 0$	0,25
		$\frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}-1} \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x < 1$ hoặc $x = 4$. Kết hợp ĐKXĐ: $0 \leq x < 1$ hoặc $x = 4$	0,25
Bài 2 2,0 điểm		Gọi chiều dài, chiều rộng của hcn là x, y (m), ($x > 5; y > 2; x > y$)	0,25
		Lập luận ra diện tích hcn là xy (m ²)	0,25
		Lập được phương trình: $(x + 3)(y - 2) = xy$	0,25
		Lập được phương trình: $(x - 3)(y + 3) = xy$	0,25
		Đưa về hpt và giải ra được $x = 15; y = 12$	0,75
		Kết luận:	0,25
Bài 3 2,5 điểm	1)	ĐKXĐ: $x \geq 1$	0,25
		HPT $\{3\sqrt{x-1} + 2y = 13; 2\sqrt{x-1} - y = 4$	0,5
		Giải HPT tìm được $\sqrt{x-1} = 3; y = 2$	
		Kết hợp đk và kết luận nghiệm (10; 2)	0,25
	2a	1) Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ Giải phương trình với $m = 3$	0,25
		Thay $m = 3$ đưa dc về pt $x^2 - 3x + 2 = 0$	
		Giải pt tìm được $x = 1; x = 2$	0,25
	2b	Tìm được đk để pt có hai nghiệm phân biệt là $m \neq 2$	0,5
		Giải tìm ra $m = 0$ để $x_1^2 + x_2^2 = 2$ Nếu không loại TH $m = 2$ vẫn trừ 0,25	0,5

Bài 4 3,5 điểm	1)	Chứng minh tứ giác AIEC nội tiếp. (1,0 điểm)		
			Vẽ hình đúng câu a)	0,25
			$\widehat{ADB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đt)	0,25
			$\widehat{EHB} = 90^0$ $\widehat{ADB} + \widehat{EHB} = 90^0 + 90^0 = 180^0$ Mà 2 góc này ở vị trí đối	0,25
			Suy ra tứ giác BDEH nội tiếp.	0,25
	2)	Chứng minh: $HE.HC = HA.HB$ (1,0 điểm)		
		Chứng minh $\widehat{AEH} = \widehat{HBC}$ (tứ giác BHED nội tiếp)		0,25
		Suy ra ΔAEH đồng dạng với ΔCBH (g-g)		0,25
		Từ đó $\frac{AH}{CH} = \frac{EH}{BH}$		0,25
		$\Rightarrow HE.HC = HA.HB$ (đpcm)		0,25
	3)	I thuộc đường tròn (O) và DA là tia phân giác của góc IDH (1 điểm)		
		Chứng minh E là trực tâm tam giác $ABC \Rightarrow BE$ vuông góc AC (1)		0,25
		Tứ giác $CIED$ nội tiếp nên IE vuông góc AC (2). Từ (1), (2) suy ra B, E, I thẳng hàng, dẫn đến BI vuông góc AI và $I \in (O)$		0,25
		Chứng minh $\widehat{IDA} = \widehat{ICE} = \widehat{IBA} = \widehat{EDH}$		0,25
		Suy ra DA là tia phân giác của $\widehat{IDA}$		0,25
Bài 5 0,5 điểm		Ta có $9 = \sqrt{ab} + 2\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 4 \leq \frac{a+b}{2} + (a+1) + (b+1) + 4 \Rightarrow a+b \geq 2.$ (1)	0.25	
		Áp dụng bất đẳng thức Cô si: $T = \left(\frac{a^4}{b} + b\right) + \left(\frac{b^4}{a} + a\right) - (a+b) \geq 2a^2 + 2b^2 - (a+b)$ Vì $a^2 + b^2 \geq \frac{(a+b)^2}{2}$ nên $T \geq (a+b)^2 - (a+b) = (a+b)(a+b-1)$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $\min T = 2 \Leftrightarrow a = b = 1.$	0,25	

Lưu ý: - Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25.

- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.