

ĐỀ CHÍNH THỨC

Ngày thi: 02 tháng 4 năm 2024

Thời gian làm bài: 120 phút

(Đề thi gồm 01 trang)

Câu 1. (6 điểm)

1. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$a) A = \left(\frac{-5}{7} + \frac{5}{11} \right) : \left(\frac{-10}{3} \right) + \left(\frac{-2}{7} + \frac{6}{11} \right) : \left(\frac{-10}{3} \right) \quad b) B = \left(3 - \frac{1}{5} \right) \left(3 - \frac{2}{5} \right) \left(3 - \frac{3}{5} \right) \dots \left(3 - \frac{29}{5} \right)$$

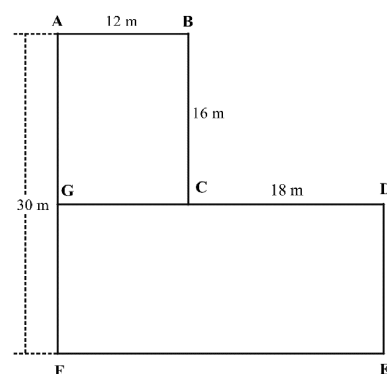
$$c) C = 1 - 2 - 3 - 4 + 5 - 6 - 7 - 8 + 9 - 10 - 11 - 12 + \dots + 97 - 98 - 99 - 100 + 101$$

$$2. \text{ Tìm } x \text{ biết: } a) \left(x - \frac{1}{3} \right)^2 - \frac{1}{4} = 0 \quad b) 14.7^{2024} = 5.7^{2025} - 3.343^x$$

Câu 2. (4 điểm)1. Cho $B = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{99} + 2^{100}$. Tìm số dư khi chia B cho 7.2. Tìm số x, y nguyên biết $x.y + 12 = x + y$ **Câu 3. (4 điểm)**1. Cho 3 số nguyên tố liên tiếp x, y, z thỏa mãn $x < y < z$ và $x^2 + y^2 + z^2$ là một số nguyên tố. Chứng minh $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2$ cũng là một số nguyên tố.2. Tìm số tự nhiên n để phân số $\frac{18n+3}{21n+7}$ có thể rút gọn được.**Câu 4. (5 điểm)**1. Trên tia Ox cho 2 điểm A và D sao cho $OA = 5cm, OD = 2cm$ a) Tính độ dài đoạn thẳng AD b) Lấy điểm B, C trên tia Ox biết rằng A nằm giữa B và C, B nằm giữa C và D biết $BC = 4cm$ và độ dài AC gấp đôi độ dài BD . Tính độ dài các đoạn BD, AC .

2. Một khu vườn có dạng như hình vẽ.

a) Chủ nhà muốn dùng lưới để rào cả khu vườn thì cần dùng tất cả bao nhiêu mét lưới (theo chiều dài) và họ phải trả bao nhiêu tiền để rào khu vườn, biết giá trọn gói (gồm tiền lưới và tiền công) cho mỗi mét lưới (theo chiều dài) là 150.000 đồng.

b) Trên phần đất $ABCG$ trồng rau xà lách, còn trên mảnh đất $GDEF$ trồng rau cải xanh. Hỏi sau khi thu hoạch hết toàn bộ rau xà lách và rau cải xanh trong khu vườn thì chủ nhà thu được bao nhiêu tiền? Biết rằng cứ $1m^2$ thì thu hoạch được 2kg rau xà lách và 3kg rau cải xanh và giá mỗi kilôgam rau xà lách là 15 000 đồng, giá mỗi kilôgam rau cải xanh là 20 000 đồng.**Câu 5. (1 điểm)**

$$\text{Cho } A = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{99}. \text{ Chứng tỏ } 0,2 < A < 0,4$$

- Hết -

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm. Học sinh không sử dụng máy tính.

Họ và tên: Số báo danh:

Học sinh Trường THCS:

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN 6

Câu	Nội dung	Điểm	
1	1.		
	a) $A = \left(\frac{-5}{7} + \frac{5}{11}\right) : \left(\frac{-10}{3}\right) + \left(\frac{-2}{7} + \frac{6}{11}\right) : \left(\frac{-10}{3}\right)$	0,5	1
	$= \left(\frac{-5}{7} + \frac{5}{11}\right) \cdot \frac{3}{-10} + \left(\frac{-2}{7} + \frac{6}{11}\right) \cdot \frac{3}{-10}$		
	$= \frac{3}{-10} \cdot \left(\frac{-5}{7} + \frac{5}{11} - \frac{2}{7} + \frac{6}{11}\right) = \frac{3}{-10} \cdot (-1 + 1) = 0$	0,5	
	b) Có thừa số $3 - 15/5 = 0$ nên $B = 0$	1	1
	c) Đặt		
	$D = 1 - 2 - 3 - 4 + 5 - 6 - 7 - 8 + 9 - 10 - 11 - 12 + \dots + 97 - 98 - 99 - 100$		
	D có 100 số hạng, chia thành 25 nhóm, mỗi nhóm có 4 số		1
	$D = (1 - 2 - 3 - 4) + (5 - 6 - 7 - 8) + (9 - 10 - 11 - 12) + \dots + (97 - 98 - 99 - 100)$		
	$D = -8 + (-16) + (-24) + \dots + (-200)$		
	$D = -(8 + 16 + 24 + \dots + 200) = -\frac{(8 + 200) \cdot 25}{2} = -2600$	0,5	
	$C = D + 101 = -2499$	0,5	
	2. a. Từ giả thiết		
	ta có: $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \\ x - \frac{1}{3} = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{6} \\ x = -\frac{1}{6} \end{cases}$	0,75	1,5
		0,75	
	b. $14 \cdot 7^{2024} = 5 \cdot 7^{2025} - 3 \cdot 343^x$		
	$3 \cdot 343^x = 5 \cdot 7^{2025} - 2 \cdot 7^{2025}$	0,5	
	$3 \cdot 7^{3x} = 7^{2025} \cdot (5 - 2)$	0,5	1,5
	nên $7^{3x} = 7^{2025}$, tìm được $x = 675$	0,5	
2	1. Ta có: $B = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{99} + 2^{100}$		
	$= 2 + (2^2 + 2^3 + 2^4) + (2^5 + 2^6 + 2^7) + \dots + (2^{98} + 2^{99} + 2^{100})$	0,5	
	$= 2 + 2^2(1 + 2 + 2^2) + 2^5(1 + 2 + 2^2) + \dots + 2^{98}(1 + 2 + 2^2)$	0,5	
	$= 2 + 2^2 \cdot 7 + 2^5 \cdot 7 + \dots + 2^{98} \cdot 7$		2
	$= 2 + 7(2^2 + 2^5 + \dots + 2^{98})$	0,5	
	Vì $7(2^2 + 2^5 + \dots + 2^{98})$ chia hết cho 7; 2 chia 7 dư 2		
	nên $2 + 7(2^2 + 2^5 + \dots + 2^{98})$ chia 7 dư 2 hay B chia cho 7 dư 2	0,5	
	2. Ta có $xy + 12 = x + y \Rightarrow x \cdot y - x - y + 12 = 0$		
	$x(y - 1) - y + 12 = 0$ suy ra $x(y - 1) - (y - 1) + 11 = 0$	0,5	

	Nên $(x-1)(y-1) = -11(1)$ Vì $x, y \in \mathbb{Z}$ nên $x-1 \in \mathbb{Z}; y-1 \in \mathbb{Z}$. Do đó từ (1) $\Rightarrow x-1; y-1$ là các ước của -11 Tìm được $(x; y) \in \{(-10; 2); (0; 12); (2; -10); (12; 0)\}$	0,5 0,25 0,75	2
3	Với $x=2$ suy ra $y=3, z=5$. Khi đó $x^2+y^2+z^2=38$ là hợp số. Với $x=3$ suy ra $y=5, z=7$. Khi đó $x^2+y^2+z^2=83$ là số nguyên tố. Với $x>3$ suy ra $y>3, z>3$. Khi đó x, y, z đều không chia hết cho 3. Do đó $x^2; y^2; z^2$ chia cho 3 dư 1 $\Rightarrow x^2+y^2+z^2$ chia hết cho 3 mà $x^2+y^2+z^2 > 3$ nên $x^2+y^2+z^2$ là hợp số. Vậy $x=3, y=5, z=7$ Suy ra $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=29$ là số nguyên tố.	0,25 0,25 0,5 0,5 0,5	2
	Giả sử $18n+3$ và $21n+7$ cùng rút gọn được cho số nguyên tố p. Suy ra $6(21n+7)-7(18n+3):p$ hay $21:p$. Vậy $p \in \{3; 7\}$. Nhưng $21n+7 \not\vdots 3$ nên suy ra $18n+3 \vdots 7$. Do đó $18n+3-21 \vdots 7$ hay $18(n-1) \vdots 7$. Từ đó $n-1 \vdots 7$. Vậy $n=7k+1 (k \in \mathbb{N})$ thì phân số $\frac{18n+3}{21n+7}$ có thể rút gọn được.	0,25 0,5 0,5 0,5 0,25	2
4	1. Vẽ đúng hình đến câu a  a) Ta có $OD + AD = OA$ nên tìm được $OA = 3$ cm b) Vẽ đúng hình ý b Vì A nằm giữa B và C nên $BA + AC = BC \Rightarrow BA + AC = 4$ (1) Ta có B nằm giữa A và D; D nằm giữa O và A Nên $DB + BA = DA \Rightarrow DB + BA = 3$ (2) Lấy (1) - (2): $AC - DB = 1$ (3) Theo đề ra: $AC = 2BD$ thay vào (3) Ta có: $2BD - BD = 1 \Rightarrow BD = 1(\text{cm}) \Rightarrow AC = 2BD = 2(\text{cm})$	0,25 0,75 0,5 0,25 0,5 0,25	2,5
	2. a) Số mét lưới cần dùng để rào toàn bộ khu vườn là: $12+16+18+(30-16)+(12+18)+30=120(\text{m})$ Số tiền phải trả để rào hết khu vườn là $120.150000=18.000.000$ (đồng). b) Diện tích phần đất $ABCG$ dùng để trồng rau xà lách là: $S_{ABCG}=12.16=192(\text{m}^2)$	0,75 0,5 0,25	

	Độ dài đoạn DE là $30 - 16 = 14(m)$. Độ dài đoạn EF là $12 + 18 = 30(m)$. Diện tích phần đất $GDEF$ dùng để trồng rau cải xanh là $S_{GDEF} = 14.30 = 420(m^2)$ Khối lượng rau xà lách thu được trên phần đất $ABCG$ là $2.192 = 384(kg)$. Khối lượng rau cải xanh thu được trên phần đất $GDEF$ là $3.420 = 1260(kg)$. Số tiền thu được từ rau xà lách là $384.15000 = 5\,760\,000$ (đồng). Số tiền thu được từ rau cải xanh là $1260.20000 = 25\,200\,000$ (đồng). Tổng số tiền thu được là $5\,760\,000 + 25\,200\,000 = 30\,960\,000$ (đồng).	0,25 0,25 0,25 0,25	2,5
5	Ta có $A = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} = 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{98}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99}\right)$ $A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{49} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99}\right) = 1 - \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{51} + \dots + \frac{1}{99}\right)$ Đặt $B = \frac{1}{50} + \frac{1}{51} + \dots + \frac{1}{99}$. Ta cần chứng minh $0,6 < B < 0,8$ Thật vậy: $B = \frac{1}{50} + \frac{1}{51} + \dots + \frac{1}{99}$ $= \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{51} + \dots + \frac{1}{59}\right) + \left(\frac{1}{60} + \frac{1}{61} + \dots + \frac{1}{69}\right) + \dots + \left(\frac{1}{90} + \frac{1}{91} + \dots + \frac{1}{99}\right)$ $B > 10 \cdot \frac{1}{60} + 10 \cdot \frac{1}{70} + 10 \cdot \frac{1}{80} + 10 \cdot \frac{1}{90} + 10 \cdot \frac{1}{100}$ $B > \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} > 0,5 + 0,1 = 0,6$ Tương tự lại có $B < \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} < 0,2 + 0,6 = 0,8$. Suy ra đpcm	0,25 0,25 0,25 0,25	1

(Học sinh có cách giải khác, đúng vẫn cho điểm tối đa).