

Họ và tên thí sinh:.....

Chữ ký giám thị 1:

Số báo danh:.....

.....

PHÒNG GD&ĐT THỊ XÃ GIÁ RAI KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 VÒNG THỊ XÃ

ĐỀ CHÍNH THỨC

NĂM HỌC 2016 - 2017

(Gồm 01 trang)

*** Môn thi: TOÁN**

*** Ngày thi: 25/12/2016**

*** Thời gian: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)**

ĐỀ

Câu 1: (5 điểm)

a) Chứng minh rằng tích của 4 số nguyên dương liên tiếp không thể là một số chính phương.

b) Cho: $M = 5^n \cdot (5^n + 1) - 6^n \cdot (3^n + 2^n)$. Chứng minh: $M : 91; \forall n \in \mathbb{Z}^+$

Câu 2: (5 điểm)

a) Giải phương trình: $10\sqrt{x^3 + 1} = 3(x^2 + 2)$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 + 1 = 2y \\ y^3 + 1 = 2x \end{cases}$$

Câu 3: (5 điểm)

a) Cho biểu thức: $B = \frac{2}{1-x} + \frac{1}{x}$. Chứng minh: $B \geq 3 + 2\sqrt{2}$ với $0 < x < 1$

b) Cho hai số dương a, b thỏa mãn: $a + b \leq 2\sqrt{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

Câu 4: (5 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$; AB và CD là hai đường kính khác nhau của đường tròn. Tiếp tuyến tại B của đường tròn $(O; R)$ cắt các đường thẳng AC, AD thứ tự tại E và F .

a) Chứng minh tứ giác $ACBD$ là hình chữ nhật.

b) Chứng minh $\triangle ACD \sim \triangle CBE$ đồng dạng với nhau.

c) Chứng minh tứ giác $CDFE$ nội tiếp.

d) Gọi $S; S_1; S_2$ theo thứ tự lần lượt là diện tích của $\triangle AEF, \triangle BCE, \triangle BDF$.

Chứng minh: $\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} = \sqrt{S}$.

--- HẾT ---

ĐỀ CHÍNH THỨC

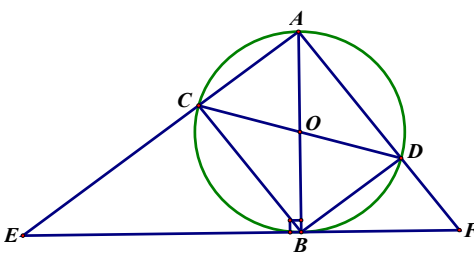
(Gồm 03 trang)

* Môn thi: TOÁN

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Nội dung	Số điểm
1 (5 điểm)		
a)	Gọi: $n; n+1; n+2; n+3$ là 4 số nguyên dương liên tiếp Ta có: $A = n(n+1)(n+2)(n+3)$ $= (n^2+3n)(n^2+3n+2)$ $= (n^2+3n)^2 + 2(n^2+3n)$ $\Rightarrow (n^2+3n)^2 < A < (n^2+3n+1)^2$ Vậy: A không thể là một số chính phương	0,25đ 1,0đ 1,0đ 0,25đ
b)	Ta có: $M = 5^n \cdot (5^n + 1) - 6^n \cdot (3^n + 2^n)$ $= (25^n - 18^n) - (12^n - 5^n) : 7$ Và: $M = (25^n - 12^n) - (18^n - 5^n) : 13$ Mà: $(7; 13) = 1$ Vậy: $M : 91; \forall n \in \mathbb{Z}^+$	1,0đ 1,0đ 0,25đ 0,25đ
2 (5 điểm)		
a)	ĐK: $x \geq -1$ Đặt: $\begin{cases} a = \sqrt{x+1} \\ b = \sqrt{x^2-x+1} \end{cases}; a \geq 0, b > 0$ $\Rightarrow a^2 + b^2 = x^2 + 2$ $\Rightarrow 10ab = 3(a^2 + b^2)$ $\Leftrightarrow (a-3b)(3a-b) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3b \\ b = 3a \end{cases}$ Với: $a = 3b$, thì: $\sqrt{x+1} = 3\sqrt{x^2-x+1}$ $\Leftrightarrow 9x^2 - 10x + 8 = 0 \text{ (pt vô nghiệm)}$ Với: $b = 3a$, thì: $3\sqrt{x+1} = \sqrt{x^2-x+1}$ $\Leftrightarrow x^2 - 10x - 8 = 0$ $\Rightarrow x = 5 \pm \sqrt{33}$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,5đ 0,5đ

	Vậy: $S = \{5 \pm \sqrt{33}\}$	0,25đ
b)	Ta có: $\begin{cases} x^3 + 1 = 2y \\ y^3 + 1 = 2x \end{cases}$ $\Rightarrow x^3 - y^3 = 2(y - x)$ $\Leftrightarrow (x - y)(x^2 + xy + y^2 + 2) = 0$ Mà: $x^2 + xy + y^2 + 2 = \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3y^2}{4} + 2 > 0$ $\Rightarrow x - y = 0$ $\Leftrightarrow x = y$ Ta có phương trình: $x^3 - 2x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + x - 1) = 0$ $\begin{cases} x - 1 = 0 \\ x^2 + x - 1 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$ Vậy: Hệ phương trình có 3 nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ y = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \\ y = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
3 (5 điểm)		
a)	Ta có: $B = \frac{2}{1-x} + \frac{1}{x}$ $= \left(\frac{2}{1-x} - 2\right) + \left(\frac{1}{x} - 1\right) + 3$ $= \frac{2x}{1-x} + \frac{1-x}{x} + 3$ Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 2 số dương $\frac{2x}{1-x}; \frac{1-x}{x}$. Ta được: $B \geq 2\sqrt{\frac{2x}{1-x} \cdot \frac{1-x}{x}} + 3 = 3 + 2\sqrt{2}$ Vậy: $B \geq 3 + 2\sqrt{2}; 0 < x < 1$	1,0đ 0,75đ 0,5đ 0,25đ
	Ta có: $(a - b)^2 \geq 0 \Rightarrow (a + b)^2 \geq 4ab$	0,25đ
	$\Leftrightarrow \frac{a+b}{ab} \geq \frac{4}{a+b}$	0,5đ
	$\Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$	0,25đ

b)	$\Rightarrow P \geq \frac{4}{a+b}$	0,25đ
	Mà: $a+b \leq 2\sqrt{2}$	0,25đ
	$\Rightarrow P \geq \sqrt{2}$. Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} (a-b)^2 = 0 \\ a+b = 2\sqrt{2} \end{cases}$	0,5đ
	$\Leftrightarrow a = b = \sqrt{2}$ Vậy: $\text{Min}P = \sqrt{2} \Leftrightarrow a = b = \sqrt{2}$	0,25đ 0,25đ
4 (5 điểm)		0,25đ
a)	Ta có: $\widehat{ACB} = \widehat{ADB} = \widehat{DAC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa (O)) $\Rightarrow ACBD$ là hình chữ nhật (tứ giác có 3 góc vuông)	0,5đ 0,5đ
b)	Ta có : $AD = CB$ ($ACBD$ là hình chữ nhật)	0,25đ
	$\Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{CB}$ (liên hệ giữa cung và dây cung)	0,25đ
	$\Rightarrow \widehat{ACD} = \widehat{CBE}$ (góc nội tiếp với góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây chắn 2 cung bằng nhau) $\Rightarrow \Delta$ vuông $ACD \sim \Delta$ vuông CBE (1 góc nhọn)	0,25đ 0,75đ
c)	Ta có :	
	Δ vuông $ACD \sim \Delta$ vuông CBE (chứng minh trên)	0,25đ
	$\Rightarrow \widehat{ADC} = \widehat{CEB}$ $\Rightarrow CDFE$ nội tiếp	0,5đ 0,25đ
d)	Ta có: $CB \parallel AF$ $\Rightarrow \Delta CBE \sim \Delta AFE$	0,25đ
	$\Rightarrow \frac{S_1}{S} = \frac{EB^2}{EF^2}$	
	$\Rightarrow \sqrt{\frac{S_1}{S}} = \frac{EB}{EF}$	0,25đ
	Tương tự :	
	$\sqrt{\frac{S_2}{S}} = \frac{BF}{EF}$	0,25đ
	$\Rightarrow \sqrt{\frac{S_1}{S}} + \sqrt{\frac{S_2}{S}} = 1$ $\Rightarrow \sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} = \sqrt{S}$	0,25đ 0,25đ

-- HẾT --