

Câu 1. (4,0 điểm)

- 1) Chứng minh rằng $A = n^3 - 3n^2 + 2n$ chia hết cho 6 với mọi số tự nhiên n .
- 2) Cho ba số hữu tỉ x, y, z thỏa mãn điều kiện $xy + yz + zx = 1$.

Chứng minh rằng $\sqrt{(1+x^2)(1+y^2)(1+z^2)}$ là số hữu tỉ.

Câu 2. (4,0 điểm)

- 1) Cho biểu thức $P = \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+3}{x-9} \right) : \left(1 - \frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} \right)$ với $x \geq 0; x \neq 9$.

Rút gọn biểu thức P và tìm x để $P < \frac{1}{2}$.

- 2) Cho hai số thực dương x và y thỏa mãn điều kiện $x + y = 1$.

Chứng minh rằng $\frac{2}{xy} + \frac{3}{x^2 + y^2} \geq 14$.

Câu 3. (4,0 điểm)

- 1) Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = mx + m - 4$, với m là tham số và $m \neq 0, m \neq 4$. Giả sử đường thẳng (d) cắt trục hoành tại điểm A , cắt trục tung tại điểm B . Tìm các giá trị của m để $OB = 2.OA$.

2) Nhân dịp ngày Quốc tế phụ nữ 8/3, siêu thị giảm giá nhiều mặt hàng và có chương trình tích điểm vào thẻ khách hàng. Trong đó, giảm 15% đối với các mặt hàng may mặc, giảm 20% đối với các mặt hàng sữa. Là khách hàng có thẻ của siêu thị, Lan tranh thủ ngày giảm giá nên đến mua một bộ quần áo và một thùng sữa (có áp dụng giảm giá) với tổng số tiền trên hoá đơn thanh toán là 750 nghìn đồng. Biết giá của một bộ quần áo gấp hai lần giá một thùng sữa khi chưa áp dụng giảm giá. Theo quy định của siêu thị, cứ 10 nghìn đồng trên hoá đơn thanh toán, đối với mặt hàng may mặc sẽ được cộng 1 điểm và đối với mặt hàng sữa sẽ được cộng 3 điểm vào thẻ. Hỏi với hoá đơn trên, Lan được cộng bao nhiêu điểm vào thẻ?

Câu 4. (4,0 điểm)

- 1) Cho tam giác ABC và điểm M bất kỳ thuộc miền trong tam giác. Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là các điểm đối xứng của M qua các trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Hai đoạn thẳng BB_1 và CC_1 cắt nhau tại O . Chứng minh ba điểm A, O, A_1 thẳng hàng.

- 2) Cho hình thang $ABCD$ có đáy nhỏ AB , hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau. Biết $AC = 16\text{cm}, BD = 12\text{cm}$. Tính chiều cao của hình thang $ABCD$.

- 3) Theo thiết kế ban đầu, chiều cao AB của một trụ thu phát sóng là 25 mét (như hình bên).

Trong một trận bão, trụ thu phát sóng bị gãy ngang thân ở điểm C , điểm cao nhất B của trụ chạm đất tại điểm D cách chân trụ A một khoảng 5 mét. Hỏi phần còn lại của trụ cao bao nhiêu mét?



Câu 5. (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A , đường tròn tâm O đường kính AB cắt BC tại D , gọi H là hình chiếu của A trên OC , tia AH cắt BC tại M .

- 1) Chứng minh bốn điểm A, C, D, H cùng thuộc một đường tròn và $\widehat{CHD} = \widehat{ABC}$.
- 2) Chứng minh tam giác OHB đồng dạng với tam giác OBC .
- 3) Chứng minh HM là tia phân giác của $\widehat{BHD}$.

----HẾT----

Họ và tên thí sinh: _____

Số báo danh: _____

Chữ ký GT1: _____

Chữ ký GT2: _____

I. Hướng dẫn chung

1) Nếu học sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng, chính xác, chặt chẽ thì cho đủ số điểm của câu đó.

2) Việc chi tiết hóa (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải bảo đảm không làm sai lệch hướng dẫn chấm và phải được thống nhất thực hiện trong tổ chấm.

II. Đáp án và thang điểm

Câu 1. (4,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
1) Cho $A = n^3 - 3n^2 + 2n$. Chứng minh rằng A chia hết cho 6 với mọi số tự nhiên n.	2,0
Ta có: $A = n^3 - 3n^2 + 2n = n(n^2 - 3n + 2)$	0,5
$= n(n-1)(n-2)$	0,5
Do $n(n-1)(n-2)$ là tích ba số nguyên liên tiếp nên $n(n-1)(n-2) : 6$	0,5
Vậy A chia hết cho 6	0,5
2) Cho ba số hữu tỉ x, y, z thỏa mãn điều kiện $xy + yz + zx = 1$.	
Chứng minh rằng $\sqrt{(1+x^2)(1+y^2)(1+z^2)}$ là số hữu tỉ.	2.0
Ta có $1+x^2 = xy + yz + zx + x^2$	0,25
$= y(x+z) + x(z+x)$	0,25
$= (y+x)(z+x)$.	0,25
Tương tự $1+y^2 = (z+y)(x+y)$	0,25
$1+z^2 = (x+z)(y+z)$	0,25
Do đó $(1+x^2)(1+y^2)(1+z^2) = (x+y)^2(y+z)^2(z+x)^2$	0,25
Suy ra $\sqrt{(1+x^2)(1+y^2)(1+z^2)} = (x+y)(y+z)(z+x) $ là số hữu tỉ.	0.5

Câu 2. (4,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
1) Cho biểu thức $P = \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+3}{x-9} \right) : \left(1 - \frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} \right)$ với $x \geq 0; x \neq 9$.	2,0
Rút gọn biểu thức P và tìm x để $P < \frac{1}{2}$.	
$P = \left(\frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) + \sqrt{x}(\sqrt{x}+3) - 3x-3}{x-9} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-3-2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} \right)$	0,5
$P = \left(\frac{2x-6\sqrt{x}+x+3\sqrt{x}-3x-3}{x-9} \right) : \left(\frac{-\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} \right)$	0,25
$P = \left(\frac{-3\sqrt{x}-3}{x-9} \right) : \left(\frac{-\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} \right)$	0,25

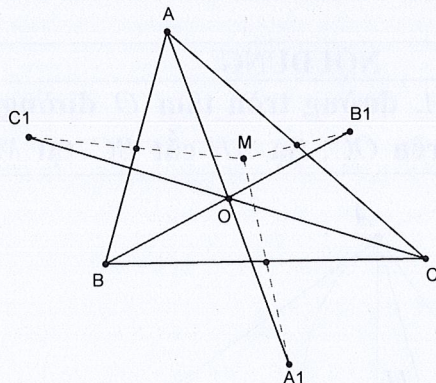
$P = \frac{-3(\sqrt{x}+1)}{x-9} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{-(\sqrt{x}+1)} = \frac{3}{\sqrt{x}+3}$	0,25
$P < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{\sqrt{x}+3} < \frac{1}{2}$	0,25
$\Leftrightarrow \sqrt{x}+3 > 6$	0,25
$\Leftrightarrow x > 9.$	0,25
2) Cho hai số thực dương x và y thỏa mãn điều kiện $x + y = 1$.	
Chứng minh rằng $\frac{2}{xy} + \frac{3}{x^2 + y^2} \geq 14$.	2.0
Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương $x, y > 0$ thỏa mãn $x + y = 1$ ta được: $1 = x + y \geq 2\sqrt{xy}$	0.25
$\Rightarrow \frac{1}{2} \geq \sqrt{xy} \geq 0$	0.25
Suy ra: $\frac{1}{2xy} \geq 2$.	0.25
Áp dụng bất đẳng thức $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$, ta có $\frac{3}{2xy} + \frac{3}{x^2 + y^2} = 3 \left(\frac{1}{2xy} + \frac{1}{x^2 + y^2} \right) \geq 3 \left(\frac{4}{x^2 + y^2 + 2xy} \right)$	0.25
$\frac{3}{2xy} + \frac{3}{x^2 + y^2} \geq \frac{12}{(x+y)^2} = 12$	0.25
Khi đó $A = \frac{2}{xy} + \frac{3}{x^2 + y^2} = \frac{1}{2xy} + \left(\frac{3}{2xy} + \frac{3}{x^2 + y^2} \right)$	0.25
$A \geq 2 + 12 = 14.$	0.25
Dấu = xảy ra khi $x = y = \frac{1}{2}$.	0.25

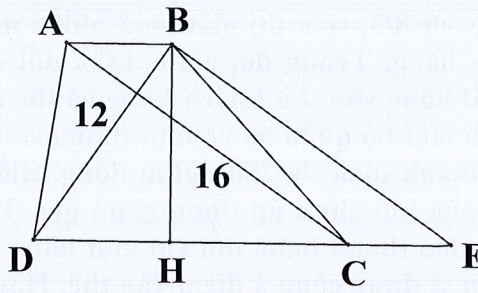
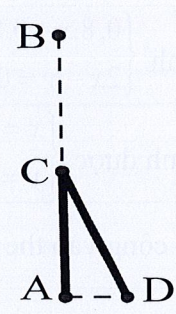
Câu 3. (4,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
1) Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y = mx + m - 4$, với m là tham số và $m \neq 0, m \neq 4$. Giả sử đường thẳng (d) cắt trục hoành tại A, cắt trục tung tại B. Tìm các giá trị của m để $OB = 2.OA$.	2.0
Giao điểm của (d) và trục hoành $A\left(\frac{4-m}{m}; 0\right)$	0.25
Giao điểm của (d) và trục tung $B(0; m-4)$	0.25
$OA = \left \frac{m-4}{m} \right $	0.25
$OB = m-4 $	0.25
Từ $OB = 2.OA \Rightarrow m-4 = 2 \cdot \left \frac{4-m}{m} \right $	0.25
Suy ra $ m-4 (m -2) = 0$	0.25

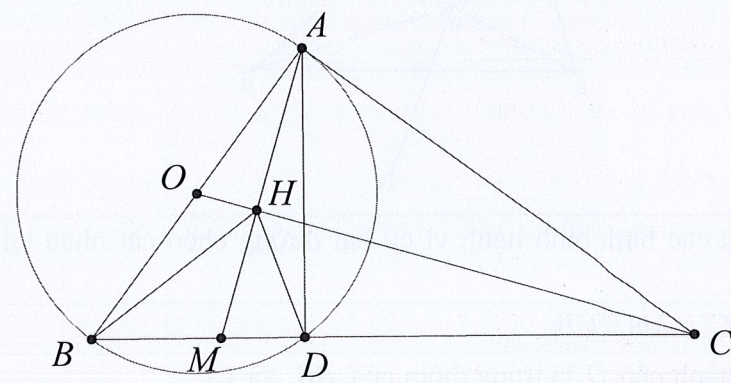
$\Rightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = \pm 2 \end{cases}$	0,25
Với $m = 4$ loại, ta được $m = \pm 2$.	0,25
2) Nhân dịp ngày Quốc tế phụ nữ 8/3, siêu thị giảm giá nhiều mặt hàng và có chương trình tích điểm vào thẻ khách hàng. Trong đó, giảm 15% đối với các mặt hàng may mặc, giảm 20% đối với các mặt hàng sữa. Là khách hàng có thẻ của siêu thị, Lan tranh thủ ngày giảm giá nên đến mua một bộ quần áo và một thùng sữa (có áp dụng giảm giá) với tổng số tiền trên hoá đơn thanh toán là 750 nghìn đồng. Biết giá của một bộ quần áo gấp hai lần giá một thùng sữa khi chưa áp dụng giảm giá. Theo quy định của siêu thị, cứ 10 nghìn đồng trên hoá đơn thanh toán, đối với mặt hàng may mặc sẽ được cộng 1 điểm và đối với mặt hàng sữa sẽ được cộng 3 điểm vào thẻ. Hỏi với hoá đơn trên, Lan được cộng bao nhiêu điểm vào thẻ?	2,0
Gọi giá một thùng sữa khi chưa giảm giá là x (nghìn đồng) giá bộ quần áo khi chưa giảm giá là y (nghìn đồng) (đk $0 < x, y < 750$)	0,25
Số tiền mua một bộ quần áo và một thùng sữa (có áp dụng giảm giá) là: $80\%.x + 85\%.y$ Do tổng số tiền trên hoá đơn thanh toán là 750 nghìn đồng, nên $80\%.x + 85\%.y = 750$	0,25
Do giá của một bộ quần áo gấp hai lần giá một thùng sữa khi chưa áp dụng giảm giá, nên $y = 2x$	0,25
Lập hệ phương trình $\begin{cases} 0,8.x + 0,85.y = 750 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$	0,25
Giải hệ phương trình được $\begin{cases} x = 300 \\ y = 600 \end{cases}$ (thỏa đk)	0,5
Điểm số Lan được cộng vào thẻ là: $\frac{80\%.300}{10} \cdot 3 + \frac{85\%.600}{10} = 123$ điểm	0,5

Câu 4. (4,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
1) Cho tam giác ABC và điểm M bất kỳ thuộc miền trong tam giác. Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là các điểm đối xứng của M qua các trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Hai đoạn thẳng BB_1 và CC_1 cắt nhau tại O . Chứng minh ba điểm A, O, A_1 thẳng hàng.	2,0
	
Ta có $BMAC_1, CMAB_1$ là các hình bình hành vì có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.	0,5
$\Rightarrow BC_1 \parallel MA \parallel CB_1$ và $BC_1 = MA = CB_1$	0,25
$\Rightarrow BC_1B_1C$ là hình bình hành nên O là trung điểm của BB_1 và CC_1	0,25
$AMBC_1, BMCA_1$ là hình bình hành nên $AC_1 = MB = A_1C$ và $AC_1 \parallel MB \parallel A_1C$	0,25
$\Rightarrow AC_1A_1C$ là hình bình hành.	0,25
$\Rightarrow AA_1$ cắt CC_1 tại trung điểm O của CC_1	0,25

Vậy A, O, A_1 thẳng hàng.	0,25
2) Cho hình thang $ABCD$ có đáy nhỏ AB , hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau. Biết $AC = 16\text{ cm}$, $BD = 12\text{ cm}$. Tính chiều cao của hình thang $ABCD$.	1,0
	
Từ B kẻ $BH \perp DC$ tại H và đường thẳng qua B song song với AC cắt DC tại E $\Rightarrow BE = AC = 16\text{ cm}$ và $BE \perp BD$	0,25
Ta có: $DE = \sqrt{BD^2 + BE^2} = 20\text{ cm}$	0,25
Trong tam giác BDE : $BH \cdot DE = BD \cdot BE$	0,25
$\Rightarrow BH = \frac{BD \cdot BE}{DE} = \frac{48}{5}\text{ cm}$	0,25
3) Theo thiết kế ban đầu, chiều cao AB của một trụ thu phát sóng là 25 mét (như hình bên). Trong một trận bão, trụ thu phát sóng bị gãy ngang thân ở điểm C , điểm cao nhất B của trụ chạm đất tại điểm D cách chân trụ A một khoảng 5 mét. Hỏi phần còn lại của trụ cao bao nhiêu mét?	1,0
	
Gọi $AC = x\text{ (m)}$ là phần còn lại của trụ ($0 < x < 25$)	0,25
$CD = BC = 25 - x$	0,25
Ta có: $CD^2 = AC^2 + AD^2 \Leftrightarrow (25 - x)^2 = x^2 + 25$	0,25
Vậy $AC = x = 12\text{ m}$	0,25

Câu 5. (4,0 điểm)

NỘI DUNG	ĐIỂM
Cho tam giác ABC vuông tại A , đường tròn tâm O đường kính AB cắt BC tại D , gọi H là hình chiếu của A trên OC , tia AH cắt BC tại M .	4,0
	
1) Chứng minh bốn điểm A, C, D, H cùng thuộc một đường tròn và $\widehat{CHD} = \widehat{ABC}$.	2.0
Theo giả thiết AB là đường kính của đường tròn $(O) \Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{ADC} = 90^\circ$	0.25
H là hình chiếu của A trên $OC \Rightarrow \widehat{AHC} = 90^\circ$	0.25

Suy ra $\widehat{ADC} = \widehat{AHC} = 90^\circ$	0.25
Vậy bốn điểm A, C, D, H cùng thuộc đường tròn đường kính AC	0.25
Ta có $\widehat{CHD} = \widehat{CAD}$ (cùng chắn $\widehat{CD}$)	0.5
Tam giác ABC vuông nên $\widehat{CAD} = \widehat{ABC}$	0.25
Vậy $\widehat{CHD} = \widehat{ABC}$.	0.25
2) Chứng minh tam giác OHB và tam giác OBC đồng dạng .	1.0
Tam giác OHB và tam giác OBC có chung $\widehat{BOH}$ (1)	0.25
Tam giác OAC vuông, $AH \perp OC \Rightarrow OB^2 = OA^2 = OH \cdot OC$	0.25
$\Rightarrow \frac{OB}{OH} = \frac{OC}{OB}$ (2)	0.25
Từ (1) và (2) suy ra tam giác OHB và tam giác OBC đồng dạng	0.25
3) Chứng minh HM là tia phân giác của $\widehat{BHD}$	1.0
Vì hai tam giác OHB đồng dạng với tam giác OBC nên $\widehat{OHB} = \widehat{OBC} = \widehat{ABC}$	0.25
Từ kết quả câu a) suy ra $\widehat{CHD} = \widehat{OHB}$	0.25
$\widehat{BHM} = 90^\circ - \widehat{OHB} = 90^\circ - \widehat{CHD} = \widehat{DHM}$	0.25
Vậy HM là phân giác của góc $\widehat{BHD}$.	0.25

--- HẾT ---



