

Lưu ý: Thí sinh làm bài (cả phần tự luận và trắc nghiệm) vào tờ giấy thi.

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (4,0 điểm). Thí sinh trả lời câu hỏi từ 1 đến 16. Mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời A, B, C, D trong đó chỉ có 1 phương án đúng.

Câu 1: Số các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = (m-2)x + \sqrt{5-m}$ là hàm số bậc nhất bằng

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , biết đường thẳng $(d): -2x + y = 2$ cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại A và B . Diện tích tam giác OAB bằng

- A. 2. B. 1. C. -2. D. -1.

Câu 3: Nhà cô An vừa thu hoạch vườn bưởi được 2380 quả. Cô phân làm hai loại bưởi và bán với giá 20000 đồng một quả bưởi loại I, 15000 đồng một quả bưởi loại II. Sau khi bán hết toàn bộ số bưởi đã thu hoạch, cô tính ra còn thiếu 400000 đồng nữa thì được tròn 40 triệu đồng. Hiệu số giữa số quả bưởi loại II và số quả bưởi loại I bằng

- A. 800 quả. B. -800 quả. C. 820 quả. D. -820 quả.

Câu 4: Biết $\frac{\sqrt{28-16\sqrt{3}}}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{a} - b, (a, b \in \mathbb{N})$. Tổng $a+b$ bằng

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 5: Biết $P = \sqrt[3]{-8x^3 + 12x^2 - 6x + 1}$. Tích các nghiệm của phương trình $x^2 + P - 4 = 0$ bằng

- A. -2. B. 2. C. -3. D. 3.

Câu 6: Điều kiện của tham số m để đồ thị hàm số $y = (1-m)x^2$ nằm phía dưới trục hoành là

- A. $m > 1$. B. $m \geq 1$. C. $m < 1$. D. $m \leq 1$.

Câu 7: Phương trình $mx^2 - 2mx + m + 1 = 0$ có nghiệm khi

- A. $m < 0$. B. $m \leq 0$. C. $m \neq 0$. D. $m > 0$.

Câu 8: Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + 3$. Gọi A, B là các giao điểm của (P) và (d) . Điểm $C(a; b)$ thuộc trục hoành sao cho $CA + CB$ có giá trị nhỏ nhất. Giá trị của biểu thức $a+b$ bằng

- A. $-\frac{3}{2}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $-\frac{3}{5}$. D. $-\frac{5}{3}$.

Câu 9: Một tổ có 6 nam và 4 nữ, chọn ngẫu nhiên 3 người. Xác suất chọn được 3 người đều là nam bằng

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{30}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 10: Một lô hàng gồm 2000 sản phẩm trong đó có 60 phế phẩm, còn lại là sản phẩm tốt. Lấy ngẫu nhiên từ lô hàng đó 1 sản phẩm. Xác suất để lấy được sản phẩm tốt là

- A. 0,94. B. 0,95. C. 0,96. D. 0,97.

Câu 11: Cho hình bình hành $ABCD$ ($AB < BC$), một đường thẳng d đi qua điểm A và cắt các đường thẳng BD, BC, CD lần lượt tại M, N, P . Biết độ dài $MA = 2\sqrt{2}$, khi đó tích $MN \cdot MP$ bằng

- A. 7. B. 8. C. 9. D. 10.

Câu 12: Hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O . Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của BD và AC . Biết rằng $MB = 3OM$, đáy lớn $CD = 4,8$. Độ dài $AB + MN$ bằng

A. 2,4. B. 3,4. C. 3,5. D. 3,6.

Câu 13: Người ta làm một chiếc hòm bằng tôn có dạng hình hộp chữ nhật thể tích là $\frac{8}{3} \text{ m}^3$ có cả nắp. Biết đáy hòm có chiều dài bằng hai lần chiều rộng. Để tốn ít vật liệu nhất (coi mỗi ghép và độ dày tấm tôn không đáng kể) thì chiều dài mặt đáy của chiếc hòm có độ dài bằng

A. 0,5 m. B. 1 m. C. 1,5 m. D. 2 m.

Câu 14: Một cái cột điện cao 10 m (chiều cao tính từ mặt đất đến đỉnh cột) bị gió bão làm gãy ngang thân cột. Ba điểm: chân cột, điểm gãy, đỉnh cột tạo thành một tam giác vuông. Đỉnh cột chạm đất và cách chân cột 4 m. Khoảng cách từ chân cột đến điểm gãy có độ dài bằng

A. 4,2 m. B. 5,2 m. C. 4,8 m. D. 6 m.

Câu 15: Cho đường tròn $(O; 3)$, M là điểm nằm ngoài đường tròn. Qua M kẻ đường thẳng không đi qua tâm O , cắt đường tròn $(O; 3)$ tại hai điểm phân biệt C, D (C nằm giữa M và D). Đoạn thẳng MO cắt $(O; 3)$ tại I . Biết $MC \cdot MD = 18$. Độ dài MI bằng

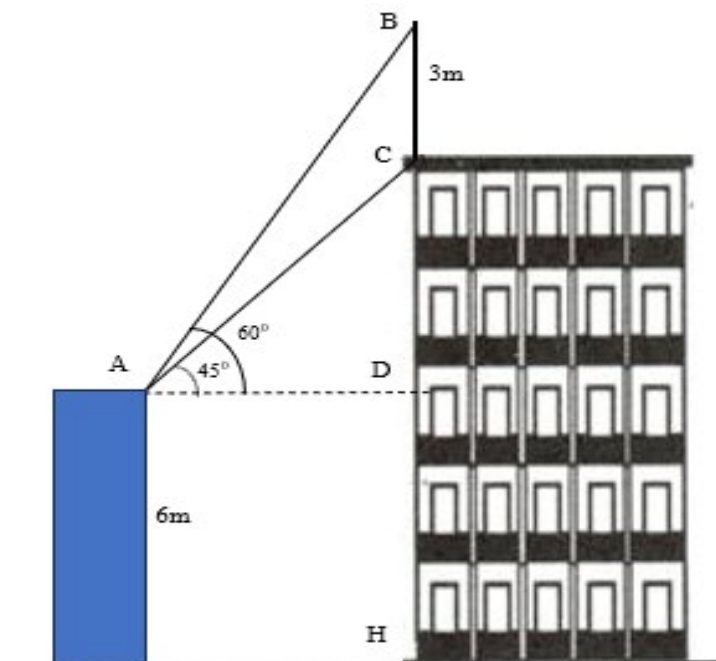
A. $3(\sqrt{2} - 1)$. B. $3(\sqrt{3} - 1)$. C. $3\sqrt{3}$. D. $6\sqrt{3}$.

Câu 16: Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm I nằm trong đường tròn, hai dây cung AB, CD thay đổi và vuông góc với nhau tại I , khi đó giá trị $\sqrt{IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2}$ là

A. $2R^2$. B. $R\sqrt{3}$. C. $4R^2$. D. $2R$.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai (2,0 điểm). Thí sinh trả lời Câu 17; Câu 18. Trong mỗi ý a). b). c). d) ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 17: Trên nóc một tòa nhà có cột thu sét cao 3 m. Từ vị trí quan sát A cao 6 m so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột thu sét dưới góc 60° và 45° so với phương nằm ngang (như hình vẽ bên).



- a) $BD = AD \cdot \cot(60^\circ)$.
b) $CD = AD \cdot \tan(45^\circ)$.
c) Chiều cao CH của tòa nhà có giá trị bằng 10,1 m (làm tròn đến hàng phần mười).
d) Khoảng cách từ vị trí quan sát A đến chân C của cột thu sét có giá trị bằng 5,7 m (làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 18: Trong một hộp đựng 18 quả cầu kích thước khác nhau gồm có ba màu xanh, đỏ, vàng. Số quả cầu màu xanh bằng $\frac{3}{2}$ lần số quả cầu màu đỏ và số quả cầu màu đỏ bằng $\frac{1}{2}$ lần số quả cầu màu vàng.

- Số cách để lấy được 2 quả cầu từ hộp là 153.
- Chọn ngẫu nhiên 1 quả cầu trong hộp. Xác suất để chọn được quả cầu màu vàng là $\frac{2}{9}$.
- Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu trong hộp. Xác suất để 2 quả cầu được chọn không có quả nào màu xanh là $\frac{22}{51}$.
- Thêm vào hộp một số quả cầu màu xanh, màu đỏ và màu vàng sao cho xác suất chọn được một quả cầu mỗi màu không đổi. Khi đó cần thêm ít nhất 6 quả cầu màu xanh, 4 quả cầu màu đỏ và 8 quả cầu màu vàng.

Phần III. Tự luận (14,0 điểm)

Câu 1 (4,0 điểm).

- Chứng minh rằng $a^3 - 1501a$ chia hết cho 6 với mọi số nguyên a .
- Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^3 - y^3 + y^2 + y = 2$.
- Tìm các số nguyên tố x, y, z thỏa mãn $x^2y^2 + x^2 + y^2 = z^2$.

Câu 2 (4,0 điểm).

a) Cho đa thức $f(x) = x^2 + ax + b - 1$ thỏa mãn $f(1) = 1$ và $0 < a < 1; a, b \in \mathbb{R}$. Tìm số nghiệm của phương trình $f(f(x)) = x$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x^3 - 3x^2 + 2x + y + x^2y - 3 = 0 \\ 4x^2 + xy - 9x - 1 = \sqrt{2x - y + 8} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 3 (4,0 điểm). Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn $(A, B$ là tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OM và AB , đường thẳng đi qua M cắt đường tròn (O) tại hai điểm phân biệt C, D (C nằm giữa M và D), N là trung điểm của CD , AN cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E (E khác A).

a) Chứng minh rằng 4 điểm A, B, O, N cùng nằm trên một đường tròn và tứ giác $BCDE$ là hình thang cân.

b) Đường thẳng AC cắt MO tại F , đường thẳng qua F và song song với AD lần lượt cắt hai đường thẳng AM, AB tại P, Q . Chứng minh rằng F là trung điểm của PQ .

c) Kẻ DS vuông góc với AB ($S \in AB$), kẻ đường kính DL của (O) . Gọi G, I lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ A, B đến DL . Đường tròn ngoại tiếp tam giác SGI cắt AB tại T (T khác S).

Chứng minh rằng $\widehat{AOS} = \widehat{BOT}$.

Câu 4 (1,0 điểm). Trong một hộp có 2035 viên bi. Có hai người tham gia trò chơi, mỗi người lần lượt phải bốc ít nhất là 11 viên bi và nhiều nhất là 19 viên bi. Người nào bốc viên bi cuối cùng sẽ thua cuộc. Hãy tìm cách chơi để đảm bảo người bốc đầu tiên luôn là người thắng cuộc.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $(a + b)^3 + 4ab \leq 12$.

Chứng minh rằng
$$\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + 2024ab \leq 2025.$$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!