

Bài 1. (2,0 điểm): Cho $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4}$, $B = \frac{x+4}{x-16} + \frac{1}{\sqrt{x}+4}$ với $x > 0, x \neq 16$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$

b) Rút gọn $\frac{B}{A}$

c) Chứng minh rằng $\frac{B}{A} < 2$

Bài II: (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một ô tô đi từ tỉnh A đến tỉnh B với một vận tốc đã định. Nếu vận tốc tăng thêm 10 km/h thì thời gian đi được sẽ giảm 1 giờ. Nếu vận tốc giảm bớt 20 km/h thì thời gian đi sẽ tăng thêm 4 giờ. Tính vận tốc và thời gian dự định của ô tô.

Bài III: (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2\sqrt{x-3} - \frac{4}{\sqrt{y}-1} = 5 \\ 3\sqrt{x-3} + \frac{16}{\sqrt{y}-1} = 13 \end{cases}$$

2) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x + my = m + 1 \\ mx + y = 3m - 1 \end{cases}$ với m là tham số

a, Giải hệ phương trình với $m = 2$

b, Tìm giá trị của m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x, y) thỏa mãn $x + y = 5$

Bài IV: (3,5 điểm) Cho đường tròn (O, R), BC là dây không đi qua tâm. Các tiếp tuyến của đường tròn tâm O tại B và C cắt nhau ở điểm A. Lấy M thuộc cung nhỏ BC. Kẻ MI, MK, MH lần lượt vuông góc với BC, AB, AC. Chứng minh rằng:

1. Tứ giác BIMK nội tiếp đường tròn.

2. Chứng minh: $\widehat{MKI} = \widehat{MIH}$ và $MH \cdot MK = MI^2$.

3. Gọi BM cắt KI tại E, CM cắt IH tại F. Chứng minh: $FE \parallel BC$ và FE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MHF

Bài V: (0,5 điểm) Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 3$

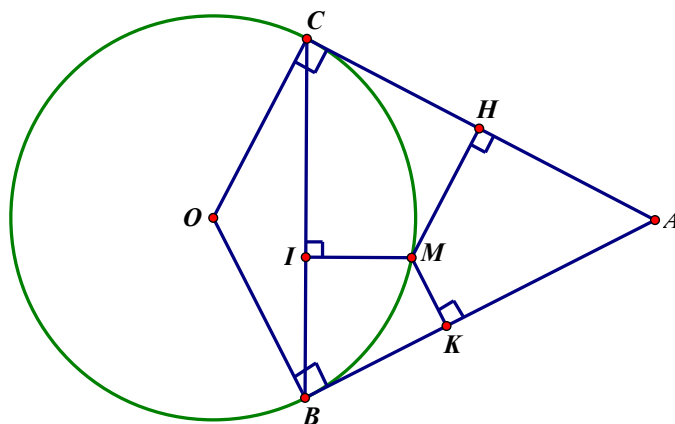
Chứng minh rằng: $\frac{1}{x^2+x} + \frac{1}{y^2+y} + \frac{1}{z^2+z} \geq \frac{3}{2}$

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Ý	Nội dung	Điểm
Bài I 2,0 điểm	1)	Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$	0,5
		Thay $x = 9$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A	0,25
		Tính được $A = \frac{3}{3-4} = -3$	0,25
	2)	Rút gọn biểu thức $\frac{B}{A}$	1,0
		$B:A = \left[\frac{x+4}{(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+4)} + \frac{\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-4)} \right] : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4}$	0,25
		$= \frac{x + \sqrt{x}}{(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+4)} \cdot \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}}$	0,5
		$= \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 4}$	0,25
	3)	Chứng minh rằng $\frac{B}{A} < 2$	0,5
		Xét hiệu: $\frac{B}{A} - 2 = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+4} - 2 = \frac{-\sqrt{x}-7}{\sqrt{x}+4}$	0,25
		Nhận xét $\sqrt{x} - 7 < 0$ $\sqrt{x} + 4 > 0$	0,25
		$\Leftrightarrow \frac{B}{A} - 2 < 0$ $\Leftrightarrow \frac{B}{A} < 2$	
Bài II 2,0 điểm		Gọi vận tốc của ô tô dự định đi là x ($x > 20$, km/h) Gọi thời gian ô tô đi dự định là y ($y > 1$, h)	0.25
		Vận tốc ô tô khi tăng thêm 20km/h là x+10 (km/h) Thời gian ô tô khi đi giảm 1h là y-1 (h) $(x + 10).(y - 1) = xy$ (1)	0.5
		Vận tốc ô tô khi giảm bớt 200km/h là x- 10 (km/h) Thời gian ô tô khi đi tăng thêm 1h là y+1 (h) $(x - 20).(y + 4) = xy$ (2)	0.5

		Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} (x + 10).(y - 1) = xy & (1) \\ (x - 20).(y + 4) = xy & (2) \end{cases}$ Giải hệ PT đúng tìm ra được $x = 50, y = 6$	0,5
		Kết luận đúng	0,25
Bài III 2,0 điểm	1)	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2\sqrt{x-3} - \frac{4}{\sqrt{y}-1} = 5 \\ 3\sqrt{x-3} + \frac{16}{\sqrt{y}-1} = 13 \end{cases}$	1
		ĐKXĐ: $x \geq 3, y \geq 0, y \neq 1$	0,25
		Giải hệ tìm được $\sqrt{x-3} = 3$ và $\sqrt{y}-1 = 4$	0,5
		Từ đó ta tìm được $x = 12; y = 25$. (thỏa mãn ĐKXĐ).	0,25
	2)	A, Giải hệ phương trình với $m = 2$	0,5
		Giải ra được $y = 1/3$ hoặc $x = 7/3$	0,25
		Kết luận được với $m = 2$ hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x, y) là $(7/3; 1/3)$	0,25
		Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x + my = m + 1 \\ mx + y = 3m - 1 \end{cases}$ với m là tham số. Tìm giá trị của m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x, y) thỏa mãn $x+y=5$	0,5
		- Tìm được điều kiện $m \neq \pm 1$ để hệ pt có nghiệm. - Tìm được $x = \frac{3m+1}{m+1}, y = \frac{m-1}{m+1}$	0,25
		- Tìm được $m = -5$ (T/m) để $x + y = 5$	0,25

Bài IV
3,5 điểm

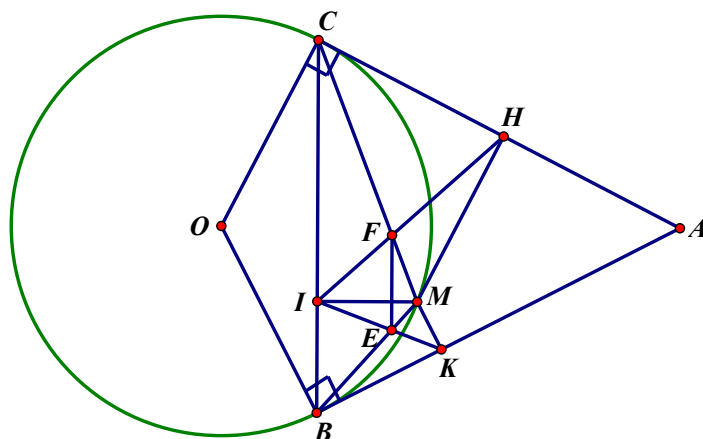


Hình vẽ đúng:

0,25

1)	Chứng minh được tứ giác BKMI nội tiếp
----	---------------------------------------

1



2)

1,25

- Chứng minh tứ giác CMHI nội tiếp

0,25

- Chứng minh được: $\widehat{MKI} = \widehat{MBI} = \widehat{MCH} = \widehat{MIH}$

0,5

- Chứng minh được: $\widehat{MIE} = \widehat{MBK} = \widehat{MCB} = \widehat{MHI}$.

0.25

- Chứng minh được: $\Delta MIH \sim \Delta MKI$ (g - g)

0.25

$$\Rightarrow MI^2 = MH \cdot MK$$

0.25

3 là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MHF

1

3) Từ đó chứng minh tứ giác EIFM nội tiếp được

0.25

$$\Rightarrow \widehat{MEF} = \widehat{MIF}$$

Mà $\widehat{MIF} = \widehat{MBI} \Rightarrow \widehat{MEF} = \widehat{MBI}$

hai góc ở vị trí đồng vị $\Rightarrow EF \parallel BC$

0.25

		- Kẻ Fx là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MFH $\Rightarrow \widehat{MFx} = \widehat{MHF}$ Mà $\widehat{MHF} = \widehat{MCI}$ (do tg MHCI nội tiếp) $\widehat{MCI} = \widehat{MFE}$ (hai góc đồng vị) Nên $\Rightarrow \widehat{MFx} = \widehat{MFE}$ $\Rightarrow$ Fx trùng FE $\Rightarrow$ FE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MFH	0,25 0,25
Bài V: (0.5điểm)		Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 3$ Chứng minh rằng: $\frac{1}{x^2+x} + \frac{1}{y^2+y} + \frac{1}{z^2+z} \geq \frac{3}{2}$	0,5
		Đặt $P = \frac{1}{x^2+x} + \frac{1}{y^2+y} + \frac{1}{z^2+z} = \frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{y(y+1)} + \frac{1}{z(z+1)}$ $= \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) - \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{z+1} \right)$ + Với a, b, c dương. Áp dụng bất đẳng thức $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a+b+c}; \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$ (Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c$) Ta có: $\frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{x} + 1 \right); \frac{1}{y+1} \leq \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{y} + 1 \right); \frac{1}{z+1} \leq \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{z} + 1 \right)$ $\Rightarrow \frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{z+1} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + 3 \right)$ Dấu “=” xảy ra khi $x = y = z = 1$ $P \geq \frac{3}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) - \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4} \cdot \frac{9}{x+y+z} - \frac{3}{4}$ $P \geq \frac{3}{2}$ Dấu “=” xảy ra khi $x = y = z = 1$	0,25 0,25