

ĐỀ CHÍNH THỨC

Ghi chú:

- Thí sinh lựa chọn đáp án phần trắc nghiệm khách quan chỉ có một lựa chọn đúng.
- Thí sinh làm bài thi trắc nghiệm và tự luận trên tờ giấy thi, không làm bài trên tờ đề thi.

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (8,0 điểm)

Câu 1. Cho hai số a, b thỏa mãn $a + b = 1$. Giá trị của biểu thức $P = 2a^3 + 6ab + 2b^3 - 2023$ bằng

- A. -2023. B. -2022. **C. -2021.** D. -2019.

Câu 2. Khi chia đa thức $f(x)$ chia cho $(x+2)$ dư -12 ; khi chia $f(x)$ cho $(x-3)$ dư 28 . Đa thức dư khi chia $f(x)$ cho $(x^2 - x - 6)$ là

- A. $8x + 4$.** B. $4x + 8$. C. $3x - 2$. D. $-2x + 3$.

Câu 3. Cho a, b là hai số thỏa mãn $\frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-2} = \frac{32x-19}{x^2-x-2}$ với mọi x sao cho các phân thức có nghĩa. Khi đó hiệu $2a - b$ bằng

- A. -19. **B. 19.** C. 32. D. -32.

Câu 4. Cho $\frac{xy}{x^2+y^2} = \frac{3}{8}$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2 + 2xy + y^2}$ bằng (giả sử các biểu thức đều có nghĩa)

- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{8}{3}$. **C. $\frac{1}{7}$.** D. $-\frac{1}{7}$.

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị của x nguyên để biểu thức A nhận giá trị nguyên?

$$A = \left(\frac{x}{x^2-4} - \frac{6}{3x-6} + \frac{1}{x+2} \right) : \frac{6}{x+2} \quad (\text{với } x \neq \pm 2; x \neq 0)$$

- A. 1. **B. 2.** C. 4. D. 8.

Câu 6. Điều kiện của hệ số a để phương trình $x - a^2x + a = \frac{x^2}{x^2-1} + \frac{1}{1-x^2}$ (ẩn x) có nghiệm duy nhất là

- A. $a \neq 0; a \neq 1; a \neq 2$. **C. $a \neq \pm 1$.**
B. $a \neq \pm 1; a \neq -2; a \neq 0$. D. $a \neq \pm 1; a \neq 0; a \neq \pm 2$.

Câu 7. Một hình chữ nhật có chu vi bằng $132m$. Nếu tăng chiều dài thêm $8m$ và giảm chiều rộng đi $4m$ thì diện tích hình chữ nhật tăng thêm $52m^2$. Chiều dài của hình chữ nhật là

A. 29.

B. 37.

C. 62.

D. 52.

Câu 8. Số các số nguyên dương thỏa mãn bất phương trình $\frac{1-2x}{4} - 2 < \frac{1-5x}{8}$ là

A. 11.

B. 12.

C. 13.

D. 14.

Câu 9. Cho $\triangle ABC$ có $BC = a, AB = c; AC = b$. Kẻ tia phân giác AD của góc $BAC (D \in BC)$, tia phân giác BI của góc $ABD (I \in AD)$. Khi đó tỉ số $\frac{AI}{ID}$ bằng

A. $\frac{ac}{a+c}$.B. $\frac{b+c}{c}$.C. $\frac{b+c}{ac}$.D. $\frac{b+c}{a}$.

Câu 10. Cho hình thang $ABCD$ có đáy $AB = 9cm, CD = 16cm$, đường chéo $AC = 12cm$ và $\widehat{BCD} = 52^\circ$. Số đo góc CAD bằng

A. 138° .B. 52° .C. 128° .D. 148° .

Câu 11. Cho hình bình hành $ABCD$, điểm G thuộc cạnh CD sao cho $DG = \frac{1}{5}DC$. Gọi E là giao điểm của AG và BD . Kết quả của tỉ số $DE : DB$ là

A. $\frac{1}{5}$.B. $\frac{1}{4}$.C. $\frac{1}{3}$.D. $\frac{1}{6}$.

Câu 12. Cho hình thang $ABCD$ có $AB = 5cm; CD = 15cm$, độ dài hai đường chéo $AC = 16cm; BD = 12cm$. Diện tích hình thang $ABCD$ bằng

A. $96cm^2$.B. $192cm^2$.C. $100,8cm^2$.D. $72cm^2$.

Câu 13. Cho hình thoi $ABCD$ có cạnh $AB = a$. Một đường thẳng bất kì qua C cắt tia đối của các tia BA, DA lần lượt tại M và N . Khi đó tích $BM \cdot DN$ có giá trị bằng

A. a^2 .B. $\frac{3}{2}a^2$.C. $2a^2$.D. $4a^2$.

Câu 14. Cho hình thang $ABCD$ có AB là đáy nhỏ, gọi O là giao điểm của hai đường chéo. Qua O kẻ đường thẳng song song với AB cắt AD và BC theo thứ tự tại $M; N$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{MN}$.B. $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{1}{MN}$.C. $\frac{1}{CD} + \frac{1}{MN} = \frac{1}{AB}$.D. $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{MN}{2}$.

Câu 15. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 6cm; AB = 8cm$ và hai đường chéo cắt nhau tại O . Qua D kẻ đường thẳng d vuông góc với DB , d cắt BC kéo dài tại E . Kẻ CH vuông góc với DE tại H . Khi đó tỉ số diện tích $\frac{S_{EHC}}{S_{EBD}}$ bằng

A. $\frac{4}{5}$.B. $\frac{16}{25}$.C. $\frac{256}{625}$.D. $\frac{25}{16}$.

Câu 16. Một rô bốt chuyển động từ A đến B theo cách sau: đi được $5m$ dừng lại 1 giây, rồi đi tiếp $10m$ dừng lại 2 giây, rồi đi tiếp $15m$ dừng lại 3 giây. Cứ như vậy đi từ

A đến B hết tất cả thời gian đi và dừng lại là 551 giây. Biết rằng rô bốt luôn chuyển động với vận tốc $2,5m/giây$. Khoảng cách từ A đến B dài bao nhiêu mét?

- A. 380m. B. 1900m. C. 950m. D. 1127,5m.

II. PHẦN TỰ LUẬN (12,0 điểm)

Câu 1. (3,0 điểm)

- a) Tìm số nguyên tố p để $p^2 + 2$ và $p^3 + 2$ đều là các số nguyên tố.
b) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $2x^2 + 4x = 19 - 3y^2$.

Câu 2. (4,0 điểm)

a) Cho hai số thực phân biệt $a, b \neq 0$ thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{3}{ab} = 1$. Tính giá trị của biểu thức $T = [(a-1)(b-1) + 2022]^{2023}$

b) Giải phương trình $\frac{5}{x^2+1} + \frac{7}{x^2+3} - \frac{3x^2+6}{x^2+5} = 0$.

Câu 3. (4,0 điểm) Cho hình vuông $ABCD$, trên cạnh AB lấy điểm E , trên cạnh BC lấy điểm F sao cho $AE = BF$. Kẻ DM vuông góc với EC tại M .

- a) Chứng minh rằng D, M, F thẳng hàng.
b) Tìm số đo góc BMD khi $AE = BE$.
c) Khi E di chuyển trên AB và vẫn luôn thỏa mãn $AE = BF$, tìm vị trí của E để diện tích tam giác DEF là nhỏ nhất?

Câu 4. (1,0 điểm)

Cho x, y, z là 3 số thực dương thỏa mãn $x(x-z) + y(y-z) = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^3}{x^2+z^2} + \frac{y^3}{y^2+z^2} + \frac{x^2+y^2+4}{x+y}$.

----- **HẾT** -----

Họ và tên thí sinh:..... ; Số báo danh.....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HUYỆN ĐOAN HÙNG
HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI
LỚP 6,7,8 CẤP HUYỆN NĂM HỌC 2021-2022
MÔN: TOÁN LỚP 8

Một số chú ý khi chấm bài:

- Hướng dẫn chấm dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách. Thí sinh giải cách khác mà cho kết quả đúng thì tổ chấm thống nhất cho điểm từng phần ứng với thang điểm của Hướng dẫn chấm.
- Giám khảo cần bám sát yêu cầu giữa phần tính và phần lí luận của bài giải của thí sinh để cho điểm.
- Tổ chấm có thể chia nhỏ thang điểm đến 0,25. Điểm bài thi là tổng các điểm thành phần không làm tròn.

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (8 điểm)

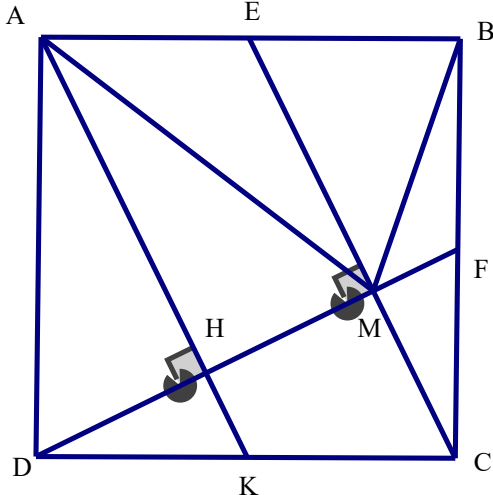
Câu	Đáp án	Điểm
1	C	0,5
2	A	0,5
3	B	0,5
4	C	0,5
5	B	0,5
6	C	0,5
7	B	0,5
8	D	0,5
9	D	0,5
10	C	0,5
11	D	0,5
12	A	0,5
13	A	0,5
14	A	0,5
15	C	0,5
16	C	0,5

II. PHẦN TỰ LUẬN (12 điểm)

CÂU	ĐÁP ÁN SƠ LƯỢC	ĐIỂM
1	a) Tìm số nguyên tố p để $p^2 + 2$ và $p^3 + 2$ đều là các số nguyên tố b) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $2x^2 + 4x = 19 - 3y^2$	3 điểm
a) (1,5 điểm)	Giải: - Xét $p = 2$, thay vào $p^2 + 2$ ta có $p^2 + 2 = 2^2 + 2 = 6$ là hợp số Suy ra $p = 2$ (loại)	

	- Xét $p = 3$, thay vào ta có $p^2 + 2 = 3^2 + 2 = 11 \text{ là số nguyên tố}$ $p^3 + 2 = 3^3 + 2 = 29 \text{ là số nguyên tố}$ Suy ra $p = 3$ (thỏa mãn)	0.5
	- Xét $p > 3$ Trong ba số tự nhiên liên tiếp $p-1; p; p+1$ tồn tại một số chia hết cho 3. Vì $p > 3$ và p là số nguyên tố nên p không chia hết cho 3	0.5
	Nếu $p-1$ hoặc $p+1$ chia hết cho 3 thì $(p-1)(p+1):3 \Rightarrow p^2 - 1:3$ $\Rightarrow p^2 + 2 = p^2 - 1 + 3:3$ $\Rightarrow p^2 + 2 \text{ là hợp số nên trường hợp } p > 3 \text{ loại}$ Vậy $p = 3$	0.5
b) (1,5 điểm)	b) Giải: $2x^2 + 4x = 19 - 3y^2$ $\Leftrightarrow 2(x^2 + 2x + 1) = 21 - 3y^2$ $\Leftrightarrow 2(x+1)^2 = 21 - 3y^2 \quad (1)$	0.5
	Vì $2(x+1)^2 \geq 0 \forall x$ nên $21 - 3y^2 \geq 0 \Leftrightarrow y^2 \leq 7$ Vì $y \in \mathbb{Z}$ nên $y^2 \in \{0; 1; 4\}$ - Với $y^2 = 0$ thay vào (1) ta có $2(x+1)^2 = 21 \Leftrightarrow (x+1)^2 = \frac{21}{2} \notin \mathbb{Z}$ (loại)	0.5
	- Với $y^2 = 1$ thay vào (1) ta có $2(x+1)^2 = 18 \Leftrightarrow (x+1)^2 = 9$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=3 \\ x+1=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-4 \end{cases}$ - Với $y^2 = 4$ thay vào (1) ta có $2(x+1)^2 = 21 - 12 \Leftrightarrow (x+1)^2 = \frac{9}{2} \notin \mathbb{Z} \text{ (loại)}$ Vậy các cặp giá trị $(x; y)$ thỏa mãn yêu cầu của đề bài là: $(2; 1); (2; -1); (-4; 1); (-4; -1)$	0.5
2	a) Cho hai số thực phân biệt $a, b \neq 0$ thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{3}{ab} = 1.$ Tính giá trị của biểu thức $T = [(a-1)(b-1) + 2022]^{2023}$	4.0 điểm

	b) Giải phương trình $\frac{5}{x^2+1} + \frac{7}{x^2+3} - \frac{3x^2+6}{x^2+5} = 0$	
a) (2,0 điểm)	Áp dụng HĐT: $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$ Với $x = \frac{1}{a}; y = \frac{1}{b}; z = -1$, ta có: $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} - 1 + \frac{3}{ab} = 0$ $\Leftrightarrow \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - 1\right) \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + 1 - \frac{1}{ab} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = 0 \quad (1)$	0.5
	Vì $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + 1 - \frac{1}{ab} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{a} + 1\right)^2 + \left(\frac{1}{b} + 1\right)^2 + \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)^2 \right] > 0$ với mọi $a, b \neq 0$	0.5
	Nên $(1) \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - 1 = 0 \Leftrightarrow a + b = ab \Leftrightarrow ab - a - b = 0$	0.5
	Do đó $T = (ab - a - b + 1 + 2022)^{2023} = 2023^{2023}$ Vậy $T = 2023^{2023}$	0.5
b) (2,0 điểm)	$\frac{5}{x^2+1} + \frac{7}{x^2+3} - \frac{6+3x^2}{x^2+5} = 0$ $\Leftrightarrow \left(\frac{5}{x^2+1} - 1\right) + \left(\frac{7}{x^2+3} - 1\right) + \left(2 - \frac{6+3x^2}{x^2+5}\right) = 0$	0.5
	$\Leftrightarrow \frac{4-x^2}{x^2+1} + \frac{4-x^2}{x^2+3} + \frac{4-x^2}{x^2+5} = 0$	0.5
	$\Leftrightarrow (4-x^2) \left(\frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+3} + \frac{1}{x^2+5} \right) = 0$	0.5
	Vì $\left(\frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+3} + \frac{1}{x^2+5} \right) > 0, \forall x$ Nên $4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$ Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{-2; 2\}$	0.5
3		4.0 điểm

	Câu 3. (4,0 điểm) Cho hình vuông $ABCD$, trên cạnh AB lấy điểm E, trên cạnh BC lấy điểm F sao cho $AE = BF$. Kẻ DM vuông góc với EC tại M. a) Chứng minh rằng D, M, F thẳng hàng. b) Tìm số đo góc BMD khi $AE = BE$. c) Khi E di chuyển trên AB, tìm vị trí của E để diện tích tam giác DEF là nhỏ nhất?	
		
a) (1,5 điểm)	a) Giả sử DF cắt EC tại M' Ta có $\begin{cases} AB = BC \\ AE = BF \end{cases} \Rightarrow EB = CF$. Xét tam giác BEC và tam giác CFD, ta có: $EB = FC$; $BC = CD$; $\widehat{B} = \widehat{C} = 90^\circ$ $\Rightarrow \triangle BEC = \triangle CFD$ $\Rightarrow \widehat{ECB} = \widehat{FDC}$	0.5
	Mà $\widehat{ECB} + \widehat{ECD} = 90^\circ$ $\Rightarrow \widehat{ECD} + \widehat{FDC} = 90^\circ$ $\Rightarrow \widehat{DM'C} = 90^\circ$ Hay $DM' \perp EC$	0.5
	Mà DM vuông góc với EC tại M (gt) Vậy D, M, F thẳng hàng	0.5
b) (1,5 điểm)	b) Kẻ AH vuông góc với DM, K là giao của DC và AH, ta có: $AECK$ là hình bình hành $\Rightarrow AE = CK$ Lại có $\begin{cases} AE = \frac{1}{2} AB \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow KC = \frac{1}{2} DC$	0.5

	$\Rightarrow K$ là trung điểm của DC	
	Ta lại có KH // CM suy ra H là trung điểm của DM. Nhưng: $AH \perp DM \Rightarrow ADM$ là tam giác cân tại A. $\Rightarrow AD = AM$ Mà $AD = AB$ $\Rightarrow AM = AB$ $\Rightarrow ABM$ cân tại A.	0.5
	Từ ADM cân tại A ta có: $\widehat{AMD} = \frac{180^\circ - \widehat{DAM}}{2}$ Từ ABM cân tại A ta có: $\widehat{AMB} = \frac{180^\circ - \widehat{BAM}}{2}$ $\Rightarrow \widehat{AMD} + \widehat{AMB} = \frac{180^\circ - \widehat{DAM}}{2} + \frac{180^\circ - \widehat{BAM}}{2}$ $\Rightarrow \widehat{BMD} = 135^\circ$	0.5
c) (1,0 điểm)	c, Ta có $\triangle EBC = \triangle FCD$ $\Rightarrow S_{EMFB} + S_{MFCD} = S_{DMC} + S_{MFCD}$ $\Rightarrow S_{EMFB} = S_{DMC}$ $\Rightarrow S_{DEM} + S_{EMFB} = S_{DEM} + S_{DMC}$ $\Rightarrow S_{DEBF} = S_{DEC}$ Lại có $S_{DEC} = \frac{1}{2} AD \cdot DC$ không đổi $\Rightarrow S_{DEBF}$ không đổi.	0.5
	Ta lại có: $BE \cdot BF \leq \frac{1}{4} (BE + BF)^2$ $\Rightarrow BE \cdot BF \leq \frac{1}{4} (BE + AE)^2$ $\Rightarrow BE \cdot BF \leq \frac{1}{4} AB^2$ $\Rightarrow BE \cdot BF$ lớn nhất khi $BE = BF$ $\Rightarrow S_{BEF}$ lớn nhất khi $BE = BF$. Mà $S_{DEF} = S_{DEBF} - S_{BEF}$ $\Rightarrow S_{DEF}$ nhỏ nhất khi $BE = BF$ S_{DEF} nhỏ nhất khi E là trung điểm của AB. Khi đó S tam giác EFD bằng $\frac{3}{8}$ diện tích hình vuông ABCD	0.5
	Câu 4. Cho x, y, z là 3 số thực dương thỏa mãn $x(x-z) + y(y-z) = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^3}{x^2 + z^2} + \frac{y^3}{y^2 + z^2} + \frac{x^2 + y^2 + 4}{x + y}$	1.0 điểm
	Áp dụng bất đẳng thức AM – GM ta có: $\frac{x^3}{x^2 + z^2} = x - \frac{xz^2}{x^2 + z^2} \geq x - \frac{xz^2}{2xz} = x - \frac{z}{2}.$	0.5

(1,0 điểm)		
	Tương tự $\frac{y^3}{y^2+z^2} \geq y - \frac{z}{2}$. Suy ra $P \geq x + y - z + \frac{x^2+y^2+4}{x+y}$. Theo gt $z = \frac{x^2+y^2}{x+y} \Rightarrow P \geq x + y + \frac{4}{x+y} \geq 4$. Vậy $P_{\min} = 4 \Leftrightarrow x = y = z = 1$.	0.5

Lưu ý:

+ Hướng dẫn chấm dưới đây là lời giải sơ lược của một cách, khi chấm thi giám khảo cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, chi tiết hợp lô gic và có thể chia nhỏ điểm đến 0,25 điểm.

+ Thí sinh làm bài cách khác với Hướng dẫn chấm mà đúng thì thống nhất và cho điểm tương ứng với biểu điểm của Hướng dẫn chấm.

+ Điểm bài thi là tổng các điểm thành phần không làm tròn số.

Hướng dẫn giải trắc nghiệm

Câu 1: $P = 2(a+b)(a^2-ab+b^2) + 6ab - 2023 = 2(a^2+2ab+b^2) - 2023 = -2021$

Câu 2:

$$f(x) = (x+2).Q(x) - 12$$

$$f(x) = (x-3).P(x) + 28$$

$$f(x) = (x^2-x-6).G(x) + ax + b$$

$$f(-2) = -12 \Rightarrow -2a + b = -12$$

$$f(3) = 28 \Rightarrow 3a + b = 28$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 4 \end{cases}$$

Câu 3: $\frac{a(x-2)+b(x+1)}{(x+1)(x-2)} = \frac{32x-19}{x^2-x-2}$ đúng với mọi $x \neq 2; x \neq -1$

$$\Rightarrow (a+b)x - 2a + b = 32x - 19 \text{ đúng với mọi } x \neq 2; x \neq -1$$

$$\Rightarrow -2a + b = -19 \Rightarrow 2a - b = 19$$

Câu 5: Thu gọn A được kết quả $A = \frac{1}{2-x}$. Để A nhận giá trị nguyên thì

$$2-x \in U(1) = \{\pm 1\} \Rightarrow x \in \{1; 3\}$$

Câu 6: Biến đổi phương trình trở thành: $x(1-a^2) = -a+1$. Phương trình có nghiệm duy nhất khi $1-a^2 \neq 0 \Leftrightarrow a \neq \pm 1$

Câu 7: Gọi chiều dài hình chữ nhật là x , chiều rộng là $66-x$

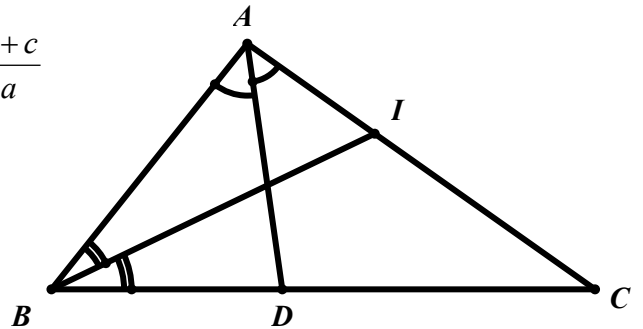
$$\text{Ta có phương trình: } (x+8)(62-x) = x(66-x) + 52$$

Giải phương trình ta được $x = 37$

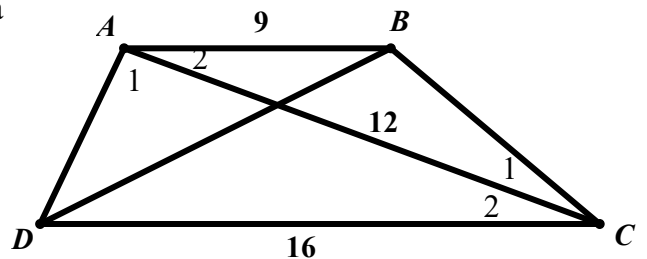
Câu 8: Giải bất phương trình ta được $x < 15$

Câu 9:

$$\frac{AI}{ID} = \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CD} = \frac{AC}{DC} = \frac{AB+AC}{DB+DC} = \frac{AB+AC}{BC} = \frac{b+c}{a}$$

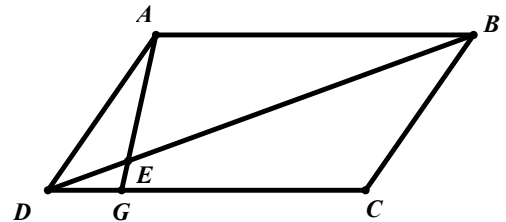


Câu 10: $\triangle BAC \sim \triangle ACD (c.g.c) \Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{ABC}$ mà
 $\widehat{ABC} + \widehat{BCD} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = 128^\circ$
 $\Rightarrow \widehat{CAD} = \widehat{ABC} = 128^\circ$



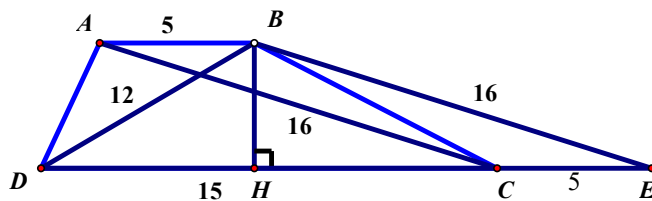
Câu 11: Vì $AB \parallel CD$ nên

$$\frac{DE}{EB} = \frac{DG}{AB} = \frac{DG}{DC} = \frac{1}{5} \Rightarrow DE = \frac{1}{5} EB \Rightarrow \frac{DE}{DB} = \frac{1}{6}$$



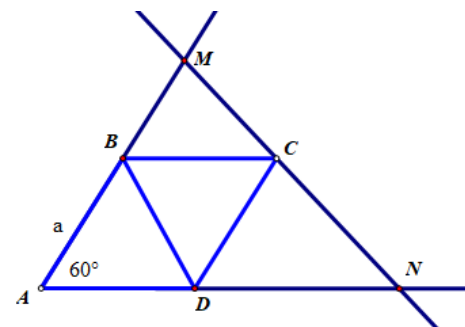
Câu 12: Kẻ $BE \parallel AC$, E thuộc đường thẳng DC. Có $BD^2 + BE^2 = DE^2$, suy ra $\triangle BDE$ vuông. $\triangle HDB \sim \triangle BDE \Rightarrow BH = \frac{BE \cdot BD}{DE} = \frac{16 \cdot 12}{20} = 9,6$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = 96 (cm^2)$$



Câu 13: Vì $BC \parallel AN \Rightarrow \frac{MB}{BA} = \frac{CM}{CN}$;

$$CD \parallel AM \Rightarrow \frac{AD}{ND} = \frac{CM}{CN}$$



$$\Rightarrow \frac{MB}{BA} = \frac{AD}{ND} \Rightarrow BM \cdot ND = AD \cdot BA = a^2$$

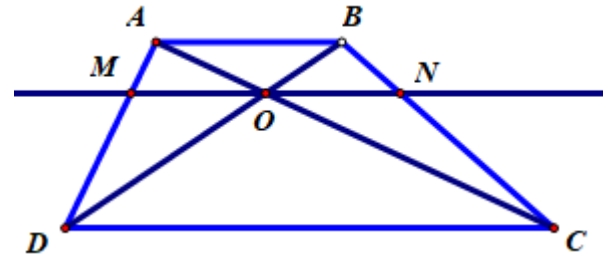
Câu 14: Áp dụng định lý Ta-let và hệ quả ta có:

$$\frac{OM}{AB} = \frac{ON}{AB} \Rightarrow OM = ON$$

Ta lại có

$$\frac{ON}{CD} = \frac{OB}{DB}; \frac{OM}{AB} = \frac{OD}{DB} \Rightarrow \frac{OM}{AB} + \frac{ON}{CD} = \frac{OB+OD}{DB} = \frac{DB}{DB} = 1$$

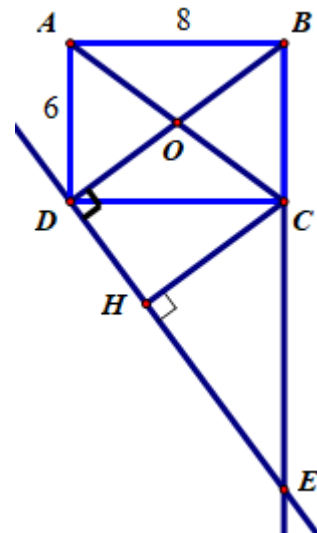
$$\text{Vì } OM = ON = \frac{MN}{2} \text{ nên } \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{MN}$$



Câu 15: $\triangle CHD \sim \triangle DCB$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{CD}{BD} = \frac{CH}{CD} \Rightarrow CD^2 = CH \cdot BD$$

$$\begin{aligned} \frac{S_{EHC}}{S_{EBD}} &= \left(\frac{CH}{DB} \right)^2 = \left(\frac{CH \cdot DB}{DB^2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{CD^2}{BD^2} \right)^2 = \left(\frac{8^2}{10^2} \right)^2 = \frac{256}{625} \end{aligned}$$



Câu 16: Gọi số lần đi là x (lần) ($x \in \mathbb{N}^*$)

Số lần dừng là $x-1$ (lần)

$$\text{Thời gian đi là } \frac{5}{2,5} + \frac{10}{2,5} + \dots + \frac{5x}{2,5} = 2 + 4 + 6 + \dots + 2x = x(x+1) \text{ (giây)}$$

$$\text{Thời gian dừng là: } 1 + 2 + 3 + \dots + (x-1) = \frac{x(x-1)}{2} \text{ (giây)}$$

$$\text{Theo đề bài ta có: } x(x+1) + \frac{x(x-1)}{2} = 551$$

$$\text{Giải phương trình ta được: } \begin{cases} x = 19 (\text{chọn}) \\ x = -\frac{58}{3} (\text{loại}) \end{cases}$$

$$\text{Thời gian đi là } 19(19+1) = 380 \text{ (giây)}$$

$$\text{Khoảng cách } AB \text{ là: } 2,5 \cdot 380 = 950 (m)$$