SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NGHỆ AN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2024 – 2025
Môn thi: **TOÁN – BẢNG A**
Thời gian: **150 phút** *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. **(2,5 điểm)**

a) Năm 2024, số tuổi và năm sinh của thầy giáo A có tỉ số giữa bội chung nhỏ nhất và ước chung lớn nhất là 87. Hãy tính xem thầy giáo A sinh năm nào?

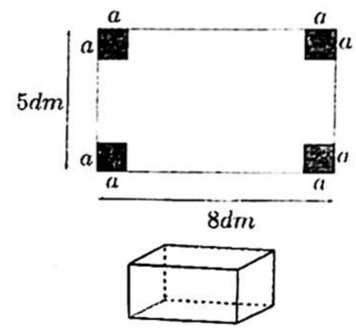
b) Tìm hai số nguyên tố $p,\ q\ (p > q)$ thỏa mãn điều kiện: $5p-1 \vdots q$ và $5q-1 \vdots p$.

Câu 2. **(6,0 điểm)**

a) Giải phương trình $\dfrac{3x}{x^2+2x-2}+\dfrac{5x}{x^2+x-2}=\dfrac{7}{2}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2+xy+1=4y \\ y(x+y)^2=2x^2+7y+2 \end{cases}$.

Câu 3. **(1,5 điểm)** Từ một tấm nhôm hình chữ nhật có kích thước 5 dm, 8 dm (bề dày không đáng kể). Người ta cắt bỏ bốn hình vuông ở bốn góc, mỗi hình vuông bị cắt bỏ có độ dài cạnh là a dm (phần tô đậm là phần bị cắt bỏ) rồi gập lại để được một hình hộp chữ nhật không có nắp (xem hình vẽ bên). Giá thị trường của loại hình hộp chữ nhật này được bán dựa trên thể tích chứa của khối hộp với mức giá 20 nghìn đồng/dm^3. Hỏi giá trị a bằng bao nhiêu để có thể bán hình hộp chữ nhật nói trên với mức giá cao nhất, hãy tính mức giá cao nhất đó?



Câu 4. **(2,0 điểm)** Lễ khai trương siêu thị X có 999 khách hàng tham gia, các khách hàng được đánh số thứ tự là các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 999. Siêu thị công bố ba vòng tặng thưởng:
Vòng 1: Khách hàng có số thứ tự chia hết cho 12 được thưởng 100 nghìn đồng.
Vòng 2: Khách hàng có số thứ tự chia hết cho 5 và tổng các chữ số bằng 12 thì được thưởng 200 nghìn đồng.
Vòng 3: Khách hàng có số thứ tự có tổng các chữ số bằng 24 thì được thưởng 300 nghìn đồng.
Mỗi khách hàng đều được tham gia dự thưởng cả ba vòng nói trên (một khách hàng có thể được thưởng nhiều vòng). Chọn ngẫu nhiên một khách trong 999 khách hàng. Tính xác suất để chọn được khách hàng được thưởng 300 nghìn đồng.

Câu 5. **(7,0 điểm)** Cho đường tròn (O) và dây cung BC cố định (BC không đi qua tâm). Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho tam giác ABC nhọn và $AB < AC$. Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) lần lượt tại các điểm D và E. Trên đường thẳng BC lấy điểm K sao cho KE song song với BD.

a) Chứng minh tam giác EAK cân.

b) Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Đường thẳng qua H cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại các điểm M, N sao cho $HM = HN$. Chứng minh $AH.HF = BF.NH$ với F là trung điểm của BC.

c) Gọi G là giao điểm của AB và OD. Vẽ GI vuông góc với AC (I thuộc AC). Chứng minh rằng đường trung trực của đoạn thẳng IC luôn đi qua một điểm cố định khi điểm A thay đổi.

Câu 6. **(1,0 điểm)** Cho hình thang cân $ABCD$ có diện tích bằng 10. Bên trong hình thang cân đó lấy tùy ý 2024 điểm phân biệt $A_1, A_2, \ldots, A_{2024}$ sao cho trong 2028 điểm $A, B, C, D, A_1, A_2, \ldots, A_{2024}$ không có 3 điểm nào thẳng hàng. Chứng minh rằng từ 2028 điểm trên luôn tồn tại 3 điểm là 3 đỉnh của một tam giác có diện tích không vượt quá $\dfrac{1}{405}$.

---HẾT---

Họ và tên thí sinh…………………………………… *Số báo danh……………………*

Chú ý: Thí sinh không được phép sử dụng máy tính bỏ túi.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9**
NGHỆ AN	**NĂM HỌC 2024 – 2025**
	Môn thi: **TOÁN – BẢNG B**
ĐỀ CHÍNH THỨC	Thời gian: **150 phút** *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. **(2,5 điểm)**

a) Năm 2024, số tuổi và năm sinh của thầy giáo A có tỉ số giữa bội chung nhỏ nhất và ước chung lớn nhất là 87. Hãy tính xem thầy giáo A sinh năm nào?

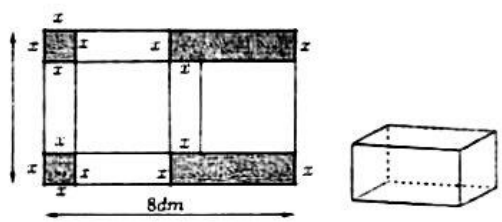
b) Tìm hai số nguyên tố $p,\ q\ (p > q)$ thỏa mãn điều kiện: $2p-1 \,\vdots\, q$ và $2q-1 \,\vdots\, p$.

Câu 2. **(6,0 điểm)**

a) Giải phương trình $x(x+1)(x^2+x-2)=24$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2+xy+1=4y \\ y(x+y)^2=2x^2+7y+2 \end{cases}$.

Câu 3. **(1,5 điểm)** Với tấm nhôm hình chữ nhật có kích thước $5\text{dm}, 8\text{dm}$ (bề dày không đáng kể). Người ta phân chia tấm nhôm như hình vẽ và cắt bỏ một phần (phần tô đậm là phần bị cắt bỏ) để gấp lại được một cái hình hộp chữ nhật có nắp (xem hình vẽ bên). Tìm x (đơn vị dm) để thể tích chứa của khối hộp chữ nhật lớn nhất.



Câu 4. **(2,0 điểm)** Lễ khai trương siêu thị X có 200 khách tham gia, các khách hàng được đánh số thứ tự là các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 200. Siêu thị công bố ba vòng tặng thưởng:

Vòng 1: Khách hàng có số thứ tự chia hết cho 4 được thưởng 100 nghìn đồng.

Vòng 2: Khách hàng có số thứ tự chia hết cho 5 được thưởng 200 nghìn đồng.

Vòng 3: Khách hàng có số thứ tự chia hết cho 6 được thưởng 300 nghìn đồng.

Mỗi khách hàng đều được tham gia dự thưởng cả ba vòng nói trên (một khách hàng có thể được thưởng nhiều vòng). Chọn ngẫu nhiên một khách trong 200 khách hàng. Tính xác suất để chọn được khách hàng được thưởng 600 nghìn đồng.

Câu 5. **(7,0 điểm)** Cho đường tròn (O) và dây cung BC cố định (BC không đi qua tâm). Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho tam giác ABC nhọn và $AB < AC$. Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) lần lượt tại các điểm D và E. Trên đường thẳng BC lấy điểm K sao cho KE song song với BD.

a) Chứng minh tam giác EAK cân.

b) Gọi H là trực tâm tam giác ABC, F là trung điểm của đoạn BC. Qua H vẽ một đường thẳng vuông góc với HF, đường thẳng này cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại các điểm M, N. Chứng minh FH là tia phân giác của $\widehat{MFN}$.

c) Gọi G là giao điểm của AB và OD. Vẽ GI vuông góc với AC (I thuộc AC). Chứng minh rằng đường trung trực của đoạn thẳng IC luôn đi qua một điểm cố định khi điểm A thay đổi.

Câu 6. **(1,0 điểm)** Cho hình thang cân $ABCD$ có diện tích bằng 10. Bên trong hình thang cân đó lấy tùy ý 2024 điểm phân biệt $A_1, A_2, ..., A_{2024}$ sao cho trong 2028 điểm $A, B, C, D, A_1, A_2, ..., A_{2024}$ không có 3 điểm nào thẳng hàng. Chứng minh rằng từ 2028 điểm trên luôn tồn tại 3 điểm là 3 đỉnh của một tam giác có diện tích không vượt quá $\dfrac{1}{405}$.

---HẾT---

Họ và tên thí sinh:.. Số báo danh:..................................

Chú ý: Thí sinh không được phép sử dụng máy tính bỏ túi.