



BẤT PHƯƠNG TRÌNH

HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

BÀI 1. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN



LÝ THUYẾT.

I. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát là

$$ax + by \leq c \quad (1) \quad (ax + by < c; ax + by \geq c; ax + by > c)$$

trong đó a, b, c là những số thực đã cho, a và b không đồng thời bằng 0, x và y là các ẩn số.

II. BIỂU DIỄN TẬP NGHIỆM CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Cũng như bất phương trình bậc nhất một ẩn, các bất phương trình bậc nhất hai ẩn thường có vô số nghiệm và để mô tả tập nghiệm của chúng, ta sử dụng phương pháp biểu diễn hình học.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình (1) được gọi là miền nghiệm của nó.

Từ đó ta có quy tắc thực hành biểu diễn hình học tập nghiệm (hay biểu diễn miền nghiệm) của bất phương trình $ax + by \leq c$ như sau (tương tự cho bất phương trình $ax + by \geq c$)

- **Bước 1.** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , vẽ đường thẳng $\Delta: ax + by = c$.
- **Bước 2.** Lấy một điểm $M_0(x_0; y_0)$ không thuộc Δ (ta thường lấy gốc tọa độ O)
- **Bước 3.** Tính $ax_0 + by_0$ và so sánh $ax_0 + by_0$ với c .
- **Bước 4.** Kết luận

Nếu $ax_0 + by_0 < c$ thì nửa mặt phẳng bờ Δ chứa M_0 là miền nghiệm của $ax_0 + by_0 \leq c$.

Nếu $ax_0 + by_0 > c$ thì nửa mặt phẳng bờ Δ không chứa M_0 là miền nghiệm của $ax_0 + by_0 \leq c$.

Chú ý:

Miền nghiệm của bất phương trình $ax_0 + by_0 \leq c$ bỏ đi đường thẳng $ax + by = c$ là miền nghiệm của bất phương trình $ax_0 + by_0 < c$.

BÀI 2. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

I. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Tương tự hệ bất phương trình một ẩn

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn gồm một số bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y mà ta phải tìm các nghiệm chung của chúng. Mỗi nghiệm chung đó được gọi là một nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Cũng như bất phương trình bậc nhất hai ẩn, ta có thể biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

II. BIỂU DIỄN TẬP NGHIỆM CỦA HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Để biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất 2 ẩn ta làm như sau:

- Trong cùng hệ toạ độ, biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ bằng cách gạch bỏ phần không thuộc miền nghiệm của nó.
- Phần không bị gạch là miền nghiệm cần tìm.

III. ỨNG DỤNG VÀO BÀI TOÁN THỰC TIỄN

Giải một số bài toán kinh tế thường dẫn đến việc xét những hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và giải chúng. Loại bài toán này được nghiên cứu trong một ngành toán học có tên gọi là Quy hoạch tuyến tính.



HỆ THỐNG BÀI TẬP.



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN LIÊN BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 1: Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $2x + y \leq 3$.

Câu 2: Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $-3x + y + 2 \leq 0$.

Câu 3: Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x)$.

Câu 4: Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $(1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y \geq 2$.

DẠNG 2: CÁC BÀI TOÁN HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 1: Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
.

Câu 2: Tìm miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - 3y < 0 \\ x + 2y > -3 \\ y + x < 2 \end{cases}$$
.

Câu 3: Tìm trị lớn nhất của biểu thức $F(x; y) = x + 2y$, với điều kiện
$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}$$
.

DẠNG 3: CÁC BÀI TOÁN THỰC TIỄN

Bài toán: Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $T(x, y) = ax + by$ với $(x; y)$ nghiệm đúng một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn cho trước.

Bước 1: Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Kết quả thường được miền nghiệm S là đa giác.

Bước 2: Tính giá trị của F tương ứng với $(x; y)$ là tọa độ của các đỉnh của đa giác.

Bước 3: Kết luận:

- Giá trị lớn nhất của F là số lớn nhất trong các giá trị tìm được.
- Giá trị nhỏ nhất của F là số nhỏ nhất trong các giá trị tìm được.

Câu 1: Một hộ nông dân định trồng đậu và cà trên diện tích 800m^2 . Nếu trồng đậu thì cần 20 công và thu 3.000.000 đồng trên 100m^2 nếu trồng cà thì cần 30 công và thu 4.000.000 đồng trên 100m^2 . Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được nhiều tiền nhất khi tổng số công không quá 180.

Câu 2: Bạn An kinh doanh hai mặt hàng handmade là vòng tay và vòng đeo cổ. Mỗi vòng tay làm trong 4 giờ, bán được 40 ngàn đồng. Mỗi vòng đeo cổ làm trong 6 giờ, bán được 80 ngàn đồng. Mỗi tuần bạn An bán được không quá 15 vòng tay và 4 vòng đeo cổ. Tính số giờ tối thiểu trong tuần An cần dùng để bán được ít nhất 400 ngàn đồng?

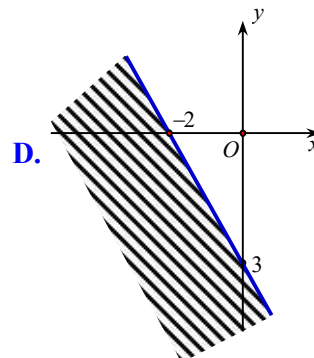
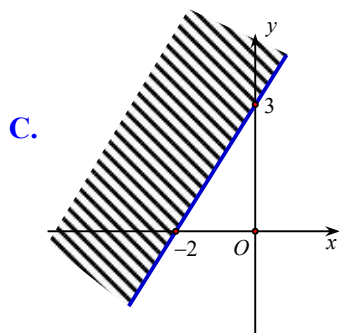
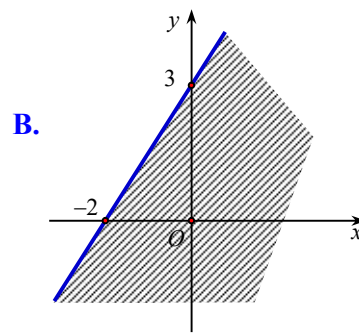
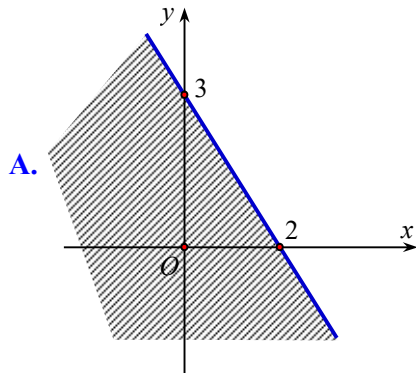
Câu 3: Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Chiến và Bình. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II . Mỗi sản phẩm I bán lãi 500 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 400 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Chiến phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Chiến phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá 180 giờ và Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Tính số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng.

Câu 4: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kiogam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kilogam thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giá tiền một kg thịt bò là 160 nghìn đồng, một kg thịt lợn là 110 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua. Tìm x, y để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipit trong thức ăn?

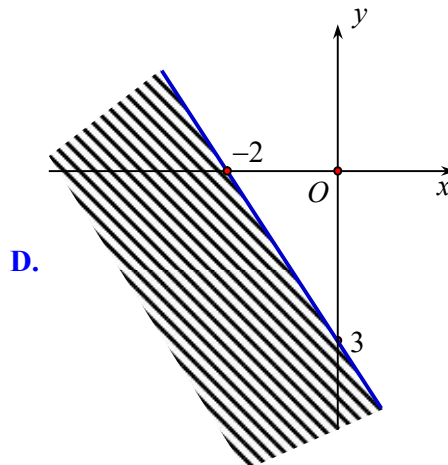
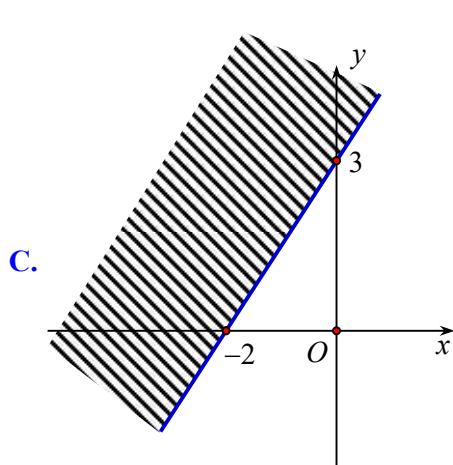
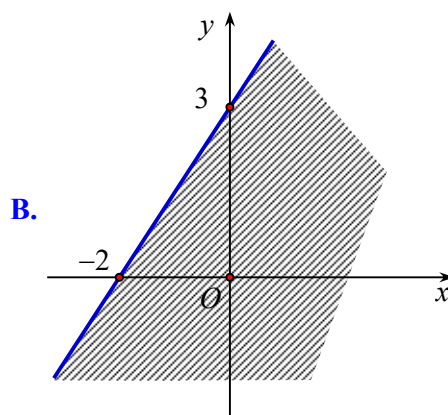
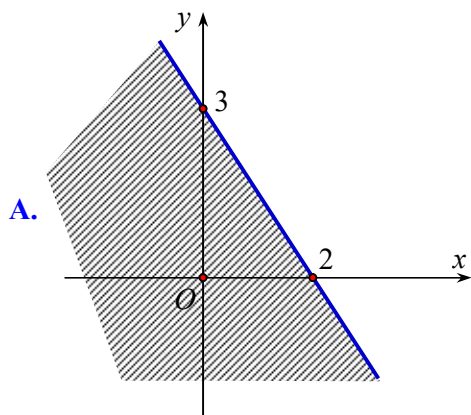
Câu 5: Một hộ nông dân định trồng dưa và củ đậu trên diện tích 8ha . Trên diện tích mỗi ha , nếu trồng dưa thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng, nếu trồng củ đậu thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên với diện tích là bao nhiêu ha để thu được nhiều tiền nhất, biết rằng tổng số công không quá 180.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

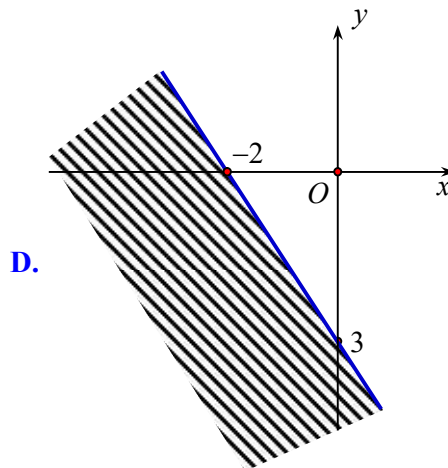
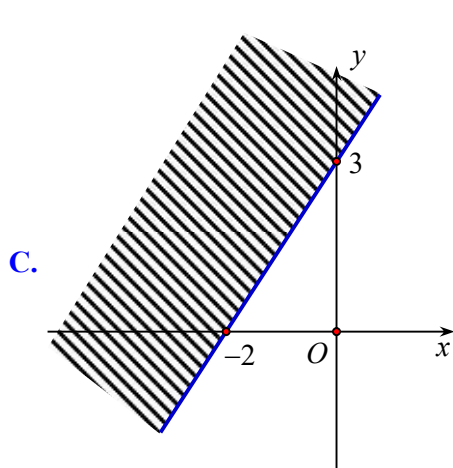
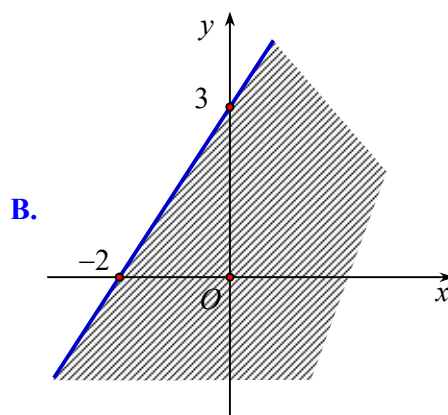
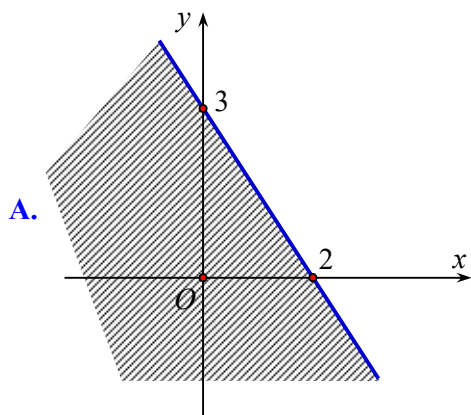
- Câu 1:** Bất phương trình $3x - 2(y - x + 1) > 0$ tương đương với bất phương trình nào sau đây?
A. $x - 2y - 2 > 0$. **B.** $5x - 2y - 2 > 0$. **C.** $5x - 2y - 1 > 0$. **D.** $4x - 2y - 2 > 0$.
- Câu 2:** Cho bất phương trình $3(x - 1) + 4(y - 2) < 5x - 3$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?
A. Điểm $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.
B. Điểm $B(-2; 2)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.
C. Điểm $C(-4; 2)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.
D. Điểm $D(-5; 3)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.
- Câu 3:** Cho bất phương trình $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x)$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định **sai**?
A. Điểm $A(-3; -4)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.
B. Điểm $B(-2; -5)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.
C. Điểm $C(-1; -6)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.
D. Điểm $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.
- Câu 4:** Cặp số $(1; -1)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?
A. $x + y - 3 > 0$. **B.** $-x - y < 0$. **C.** $x + 3y + 1 < 0$. **D.** $-x - 3y - 1 < 0$.
- Câu 5:** Cặp số nào sau đây là nghiệm của bất phương trình $-2(x - y) + y > 3$?
A. $(4; -4)$. **B.** $(2; 1)$. **C.** $(-1; -2)$. **D.** $(-4; 4)$.
- Câu 6:** Cặp số nào sau đây **không** là nghiệm của bất phương trình $5x - 2(y - 1) \leq 0$?
A. $(0; 1)$. **B.** $(1; 3)$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(-1; 0)$.
- Câu 7:** Miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y > -6$ là



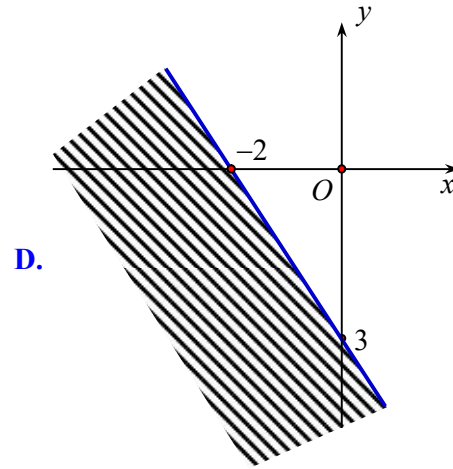
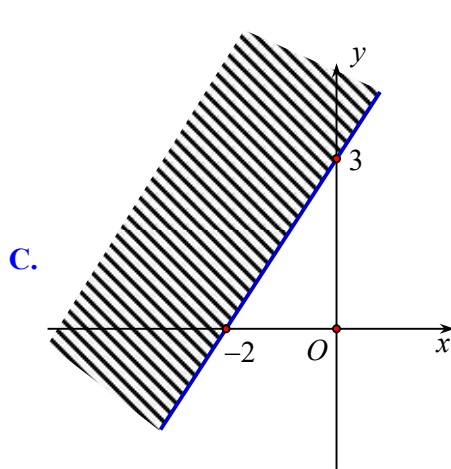
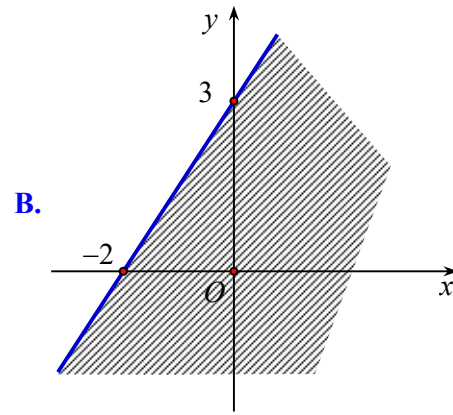
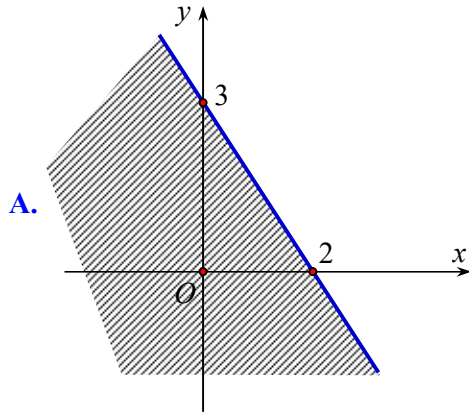
Câu 8: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > 6$ là



Câu 9: Miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y < -6$ là



Câu 10: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > -6$ là



Câu 11: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 6 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm nào sau đây?

A. $(0;0)$.

B. $(1;2)$.

C. $(2;1)$.

D. $(8;4)$.

Câu 12: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \geq 0 \\ 2(x-1) + \frac{3y}{2} \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm

A. $(2;1)$.

B. $(0;0)$.

C. $(1;1)$.

D. $(3;4)$.

Câu 13: Trong các cặp số sau, tìm cặp số **không** là nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$$

A. $(0;0)$.

B. $(1;1)$.

C. $(-1;1)$.

D. $(-1;-1)$.

Câu 14: Điểm nào sau đây **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 < 0 \end{cases}$?

A. $(-1;4)$.

B. $(-2;4)$.

C. $(0;0)$.

D. $(-3;4)$.

Câu 15: Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \geq 0 \\ 2(x-1) + \frac{3y}{2} \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- A. Điểm $A(2;1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
- B. Điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
- C. Điểm $C(1;1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
- D. Điểm $D(3;4)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Câu 16: Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$$

Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- A. Điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
- B. Điểm $B(1;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
- C. Điểm $C(0;-2)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
- D. Điểm $D(0;2)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Câu 17: Điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

- A. $\begin{cases} x+3y-6 > 0 \\ 2x+y+4 > 0 \end{cases}$
- B. $\begin{cases} x+3y-6 > 0 \\ 2x+y+4 < 0 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x+3y-6 < 0 \\ 2x+y+4 > 0 \end{cases}$
- D. $\begin{cases} x+3y-6 < 0 \\ 2x+y+4 < 0 \end{cases}$

Câu 18: Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x - \frac{3}{2}y \geq 1 & (1) \\ 4x - 3y \leq 2 & (2) \end{cases}$$
 có tập nghiệm S . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\left(-\frac{1}{4}; -1\right) \notin S$.

B. $S = \{(x; y) \mid 4x - 3y = 2\}$.

C. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ và kẻ cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

D. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ và kẻ cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

Câu 19: Cho hệ
$$\begin{cases} 2x + 3y < 5 & (1) \\ x + \frac{3}{2}y < 5 & (2) \end{cases}$$
. Gọi S_1 là tập nghiệm của bất phương trình (1), S_2 là tập nghiệm của

bất phương trình (2) và S là tập nghiệm của hệ thì

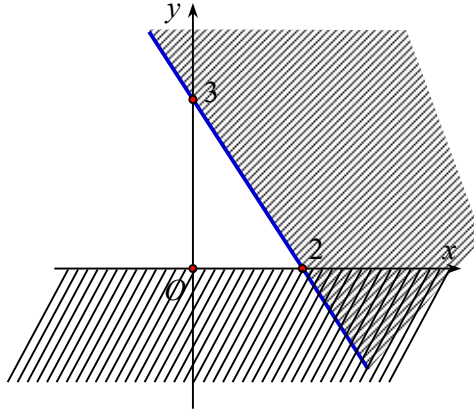
A. $S_1 \subset S_2$.

B. $S_2 \subset S_1$.

C. $S_2 = S$.

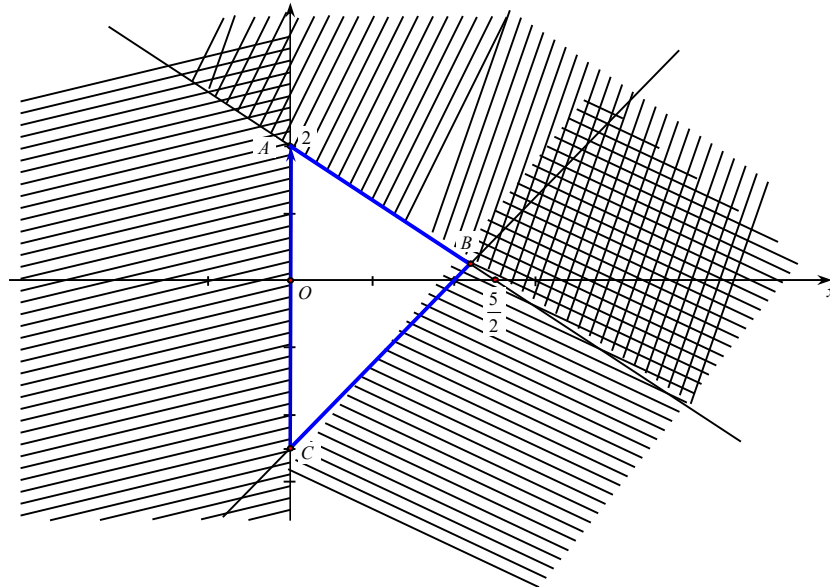
D. $S_1 \neq S$.

Câu 20: Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?



- A. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$ B. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$

Câu 21: Miền tam giác ABC kể cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?



- A. $\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x - 4y \geq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 5y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$

Câu 22: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + 5y \leq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền tứ giác $ABCO$ kể cả các cạnh với $A(0;3)$, $B\left(\frac{25}{8}; \frac{9}{8}\right)$, $C(2;0)$ và $O(0;0)$.
- B. Đường thẳng $\Delta: x + y = m$ có giao điểm với tứ giác $ABCO$ kể cả khi $-1 \leq m \leq \frac{17}{4}$.

C. Giá trị lớn nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là $\frac{17}{4}$.

D. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là 0.

Câu 23: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$
 là.

A. $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

B. $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.

C. $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4$.

D. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

Câu 24: Biểu thức $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện
$$\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$$
 tại điểm $S(x; y)$ có tọa độ

là

A. $(4; 1)$.

B. $(3; 1)$.

C. $(2; 1)$.

D. $(1; 1)$.

Câu 25: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = x - 2y$, với điều kiện
$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$$
 là

A. -12.

B. -10.

C. -8.

D. -6.

Câu 26: Biểu thức $L = y - x$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3y - 6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}$$
, đạt giá trị lớn

nhất là a và đạt giá trị nhỏ nhất là b . Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

A. $a = \frac{25}{8}$ và $b = -2$. **B.** $a = 2$ và $b = -\frac{11}{12}$. **C.** $a = 3$ và $b = 0$. **D.** $a = 3$ và $b = \frac{-9}{8}$.

Câu 27: Cho các giá trị x, y thỏa mãn điều kiện
$$\begin{cases} x - y + 2 \geq 0 \\ 2x - y - 1 \leq 0 \\ 3x - y - 2 \geq 0 \end{cases}$$
. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$T = 3x + 2y$.

A. 19.

B. 25.

C. 14.

D. Không tồn tại.

Câu 28: Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường để pha chế nước cam và nước táo.

- Để pha chế 1 lít nước cam cần 30 g đường, 1 lít nước và 1 g hương liệu;
- Để pha chế 1 lít nước táo cần 10 g đường, 1 lít nước và 4 g hương liệu.

Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để đạt được số điểm thưởng cao nhất?

A. 5 lít nước cam và 4 lít nước táo.

B. 6 lít nước cam và 5 lít nước táo.

C. 4 lít nước cam và 5 lít nước táo.

D. 4 lít nước cam và 6 lít nước táo.

Câu 29: Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm

- Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lời 40 nghìn;
- Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, đem lại mức lời 30 nghìn.

Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

- A.** 30kg loại I và 40 kg loại II.
B. 20kg loại I và 40 kg loại II.
C. 30kg loại I và 20 kg loại II.
D. 25kg loại I và 45 kg loại II.

Câu 30: Một nhà khoa học đã nghiên cứu về tác động phối hợp của hai loại Vitamin A và B đã thu được kết quả như sau: Trong một ngày, mỗi người cần từ 400 đến 1000 đơn vị Vitamin cả A lẫn B và có thể tiếp nhận không quá 600 đơn vị vitamin A và không quá 500 đơn vị vitamin B . Do tác động phối hợp của hai loại vitamin trên nên mỗi ngày một người sử dụng số đơn vị vitamin B không ít hơn một nửa số đơn vị vitamin A và không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin A . Tính số đơn vị vitamin mỗi loại ở trên để một người dùng mỗi ngày sao cho chi phí rẻ nhất, biết rằng mỗi đơn vị vitamin A có giá 9 đồng và mỗi đơn vị vitamin B có giá 7,5 đồng.

- A.** 600 đơn vị Vitamin A , 400 đơn vị Vitamin B.
B. 600 đơn vị Vitamin A , 300 đơn vị Vitamin B.
C. 500 đơn vị Vitamin A , 500 đơn vị Vitamin B.
D. 100 đơn vị Vitamin A , 300 đơn vị Vitamin B.

Câu 31: Công ty Bao bì Dược cần sản xuất 3 loại hộp giấy: đựng thuốc B₁, đựng cao Sao vàng và đựng "Quy sâm đại bổ hoàn". Để sản xuất các loại hộp này, công ty dùng các tấm bìa có kích thước giống nhau. Mỗi tấm bìa có hai cách cắt khác nhau.

- Cách thứ nhất cắt được 3 hộp B₁, một hộp cao Sao vàng và 6 hộp Quy sâm.
- Cách thứ hai cắt được 2 hộp B₁, 3 hộp cao Sao vàng và 1 hộp Quy sâm. Theo kế hoạch, số hộp Quy sâm phải có là 900 hộp, số hộp B₁ tối thiểu là 900 hộp, số hộp cao sao vàng tối thiểu là 1000 p. Cần phương án sao cho tổng số tấm bìa phải dùng là ít nhất?

- A.** Cắt theo cách một $x - 2 < 0$ tấm, cắt theo cách hai 300 tấm.
B. Cắt theo cách một 150 tấm, cắt theo cách hai 100 tấm.
C. Cắt theo cách một 50 tấm, cắt theo cách hai 300 tấm.
D. Cắt theo cách một 100 tấm, cắt theo cách hai 200 tấm.

Câu 32: Một nhà máy sản xuất, sử dụng ba loại máy đặc chủng để sản xuất sản phẩm A và sản phẩm B trong một chu trình sản xuất. Để sản xuất một tấn sản phẩm A cần 4 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 1 giờ, máy II trong 2 giờ và máy III trong 3 giờ. Để sản xuất ra một tấn sản phẩm B cần được 3 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 6 giờ, máy II trong 3 giờ và máy III trong 2 giờ. Biết rằng máy I chỉ hoạt động không quá 36 giờ, máy hai hoạt động không quá 23 giờ và máy III hoạt động không quá 27 giờ. Hãy lập kế hoạch sản xuất cho nhà máy để tiền lãi được nhiều nhất.

- A.** Sản xuất 9 tấn sản phẩm A và không sản xuất sản phẩm B .
B. Sản xuất 7 tấn sản phẩm A và 3 tấn sản phẩm B .
C. Sản xuất $\frac{10}{3}$ tấn sản phẩm A và $\frac{49}{9}$ tấn sản phẩm B .
D. Sản xuất 6 tấn sản phẩm B và không sản xuất sản phẩm A .



BẤT PHƯƠNG TRÌNH

HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

BÀI 1. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN



LÝ THUYẾT.

I. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát là

$$ax + by \leq c \quad (1) \quad (ax + by < c; ax + by \geq c; ax + by > c)$$

trong đó a, b, c là những số thực đã cho, a và b không đồng thời bằng 0, x và y là các ẩn số.

II. BIỂU DIỄN TẬP NGHIỆM CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Cũng như bất phương trình bậc nhất một ẩn, các bất phương trình bậc nhất hai ẩn thường có vô số nghiệm và để mô tả tập nghiệm của chúng, ta sử dụng phương pháp biểu diễn hình học.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình (1) được gọi là miền nghiệm của nó.

Từ đó ta có quy tắc thực hành biểu diễn hình học tập nghiệm (hay biểu diễn miền nghiệm) của bất phương trình $ax + by \leq c$ như sau (tương tự cho bất phương trình $ax + by \geq c$)

- **Bước 1.** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , vẽ đường thẳng $\Delta: ax + by = c$.

- **Bước 2.** Lấy một điểm $M_0(x_0; y_0)$ không thuộc Δ (ta thường lấy gốc tọa độ O)

- **Bước 3.** Tính $ax_0 + by_0$ và so sánh $ax_0 + by_0$ với c .

- **Bước 4.** Kết luận

Nếu $ax_0 + by_0 < c$ thì nửa mặt phẳng bờ Δ chứa M_0 là miền nghiệm của $ax_0 + by_0 \leq c$.

Nếu $ax_0 + by_0 > c$ thì nửa mặt phẳng bờ Δ không chứa M_0 là miền nghiệm của $ax_0 + by_0 \leq c$.

Chú ý:

Miền nghiệm của bất phương trình $ax_0 + by_0 \leq c$ bỏ đi đường thẳng $ax + by = c$ là miền nghiệm của bất phương trình $ax_0 + by_0 < c$.

BÀI 2. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

I. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Tương tự hệ bất phương trình một ẩn

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn gồm một số bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y mà ta phải tìm các nghiệm chung của chúng. Mỗi nghiệm chung đó được gọi là một nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Cũng như bất phương trình bậc nhất hai ẩn, ta có thể biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

II. BIỂU DIỄN TẬP NGHIỆM CỦA HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Để biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất 2 ẩn ta làm như sau:

- Trong cùng hệ toạ độ, biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ bằng cách gạch bỏ phần không thuộc miền nghiệm của nó.
- Phần không bị gạch là miền nghiệm cần tìm.

III. ỨNG DỤNG VÀO BÀI TOÁN THỰC TIỄN

Giải một số bài toán kinh tế thường dẫn đến việc xét những hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn và giải chúng. Loại bài toán này được nghiên cứu trong một ngành toán học có tên gọi là Quy hoạch tuyến tính.



HỆ THỐNG BÀI TẬP.

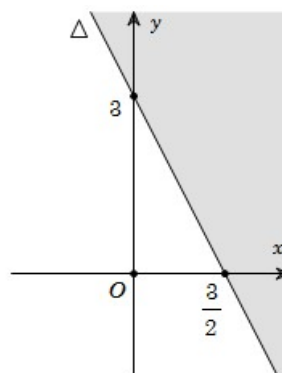


BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN LIÊN BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 1: Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $2x + y \leq 3$.

Lời giải

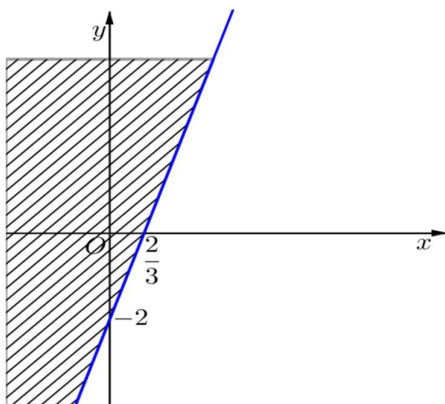


Vẽ đường thẳng $\Delta: 2x + y = 3$.

Lấy gốc toạ độ $O(0;0)$, ta thấy $O \notin \Delta$ và có $2.0 + 0 < 3$ nên nửa mặt phẳng bờ Δ chứa gốc toạ độ O là miền nghiệm của bất phương trình đã cho (miền không bị tô đậm trong hình).

Câu 2: Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $-3x + y + 2 \leq 0$.

Lời giải



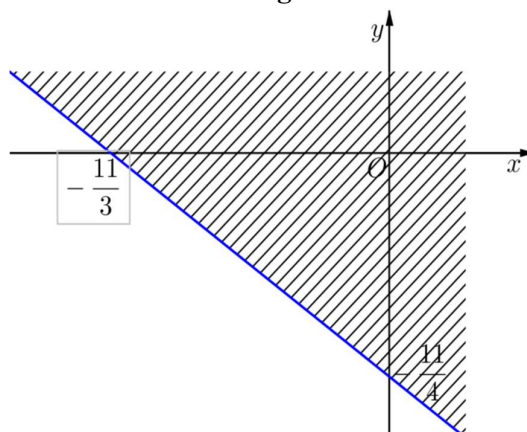
Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): -3x + y + 2 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình.

Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ (d) không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 3: Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x)$.

Lời giải



Đầu tiên, thu gọn bất phương trình đề bài đã cho về thành $3x + 4y + 11 < 0$.

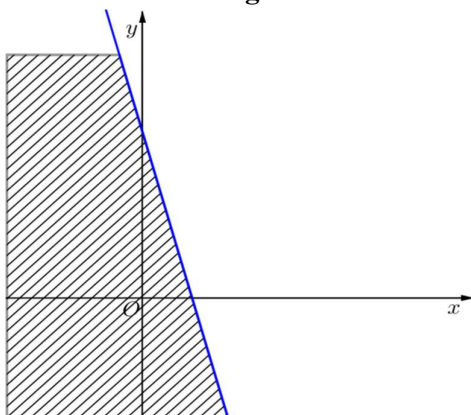
Ta vẽ đường thẳng $(d): 3x + 4y + 11 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình.

Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 4: Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $(1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y \geq 2$.

Lời giải



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): (1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y = 2$.

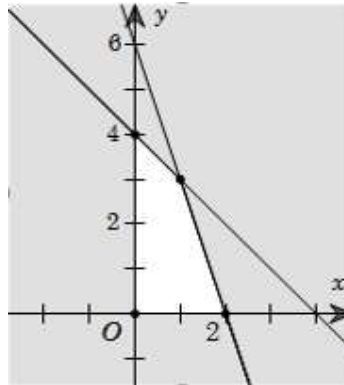
Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ (d) không chứa điểm $(0; 0)$.

DẠNG 2: CÁC BÀI TOÁN LIÊN HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 1: Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}.$$

Lời giải



Vẽ các đường thẳng

$$d_1: 3x + y = 6$$

$$d_2: x + y = 4$$

$$d_3: x = 0 \quad (Oy)$$

$$d_4: y = 0 \quad (Ox)$$

Vì điểm $M_0(1;1)$ có tọa độ thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ trên nên ta tô đậm các nửa mặt phẳng bờ (d_1) , (d_2) , (d_3) , (d_4) không chứa điểm M_0 . Miền không bị tô đậm (hình tứ giác $OCLA$ kể cả bốn cạnh AI , IC , CO , OA) trong hình vẽ là miền nghiệm của hệ đã cho.

Câu 2: Tìm miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - 3y < 0 \\ x + 2y > -3 \\ y + x < 2 \end{cases}.$$

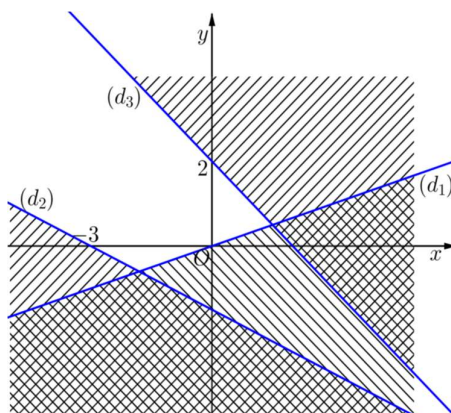
Lời giải

Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): x - 3y = 0$$

$$(d_2): x + 2y = -3$$

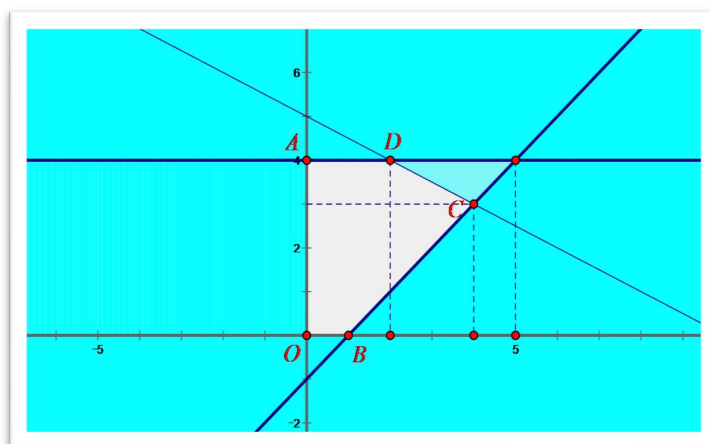
$$(d_3): x + y = 2$$



Ta thấy $(-1; 0)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(-1; 0)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 3: Tìm trị lớn nhất của biểu thức $F(x; y) = x + 2y$, với điều kiện
$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}.$$

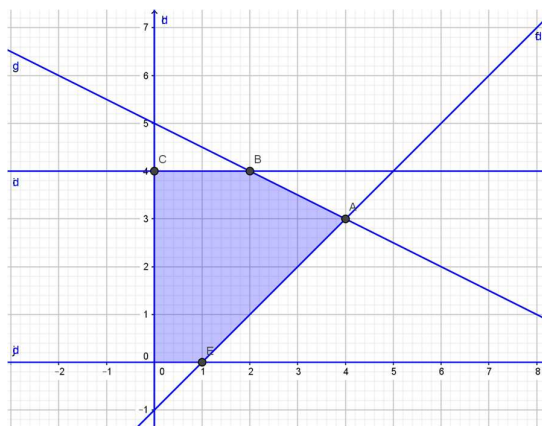
Lời giải



Vẽ đường thẳng $d_1 : x - y - 1 = 0$, đường thẳng d_1 qua hai điểm $(0; -1)$ và $(1; 0)$.

Vẽ đường thẳng $d_2 : x + 2y - 10 = 0$, đường thẳng d_2 qua hai điểm $(0; 5)$ và $(2; 4)$.

Vẽ đường thẳng $d_3 : y = 4$.



Miền nghiệm là ngũ giác $ABCOE$ với $A(4;3), B(2;4), C(0;4), E(1;0)$.

Ta có: $F(4;3)=10, F(2;4)=10, F(0;4)=8, F(1;0)=1, F(0;0)=0$.

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x;y)=x+2y$ bằng 10.

DẠNG 3: CÁC BÀI TOÁN THỰC TIỄN

Bài toán: Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $T(x,y)=ax+by$ với $(x;y)$ nghiệm đúng một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn cho trước.

Bước 1: Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Kết quả thường được miền nghiệm S là đa giác.

Bước 2: Tính giá trị của F tương ứng với $(x;y)$ là tọa độ của các đỉnh của đa giác.

Bước 3: Kết luận:

- Giá trị lớn nhất của F là số lớn nhất trong các giá trị tìm được.
- Giá trị nhỏ nhất của F là số nhỏ nhất trong các giá trị tìm được.

Câu 1: Một hộ nông dân định trồng đậu và cà trên diện tích 800m^2 . Nếu trồng đậu thì cần 20 công và thu 3.000.000 đồng trên 100m^2 nếu trồng cà thì cần 30 công và thu 4.000.000 đồng trên 100m^2 . Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được nhiều tiền nhất khi tổng số công không quá 180.

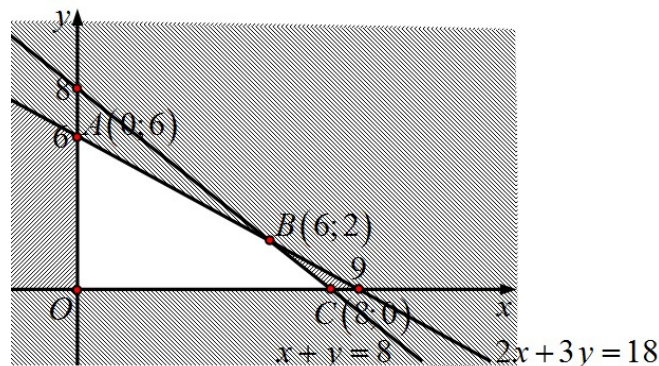
Lời giải

Gọi x là số $x00\text{m}^2$ đất trồng đậu, y là số $y00\text{m}^2$ đất trồng cà. Điều kiện $x \geq 0, y \geq 0$.

Số tiền thu được là $T = 3x + 4y$ triệu đồng.

$$\text{Theo bài ra ta có } \begin{cases} x+y \leq 8 \\ 20x+30y \leq 180 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y \leq 8 \\ 2x+3y \leq 18 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Đồ thị:



Dựa đồ thị ta có tọa độ các đỉnh $A(0;6), B(6;2), C(8;0), O(0;0)$.

Câu 2: Bạn An kinh doanh hai mặt hàng handmade là vòng tay và vòng đeo cổ. Mỗi vòng tay làm trong 4 giờ, bán được 40 ngàn đồng. Mỗi vòng đeo cổ làm trong 6 giờ, bán được 80 ngàn đồng. Mỗi tuần bạn An bán được không quá 15 vòng tay và 4 vòng đeo cổ. Tính số giờ tối thiểu trong tuần An cần dùng để bán được ít nhất 400 ngàn đồng?

Lời giải

Gọi $x, y \in \mathbb{N}$ là số vòng tay và vòng đeo cổ trong tuần An làm được.

Theo giả thiết ta có
$$\begin{cases} 40x + 80y \geq 400 \\ 0 \leq x \leq 15 \\ 0 \leq y \leq 4 \end{cases}$$

Bài toán trở thành tìm nghiệm (x, y) để $L = 4x + 6y$ nhỏ nhất.

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (1) là tam giác ABC với $A(0;50), B(10;0), C(2;4)$ kẻ cả miền trong tam giác đó.

Tính giá trị của biểu thức $L = 4x + 6y$ tại tất cả các đỉnh của tam giác ABC ta thấy L nhỏ nhất khi $x = 2, y = 4$.

Vậy số giờ tối thiểu trong tuần An cần dung là $L = 4.2 + 6.4 = 32$

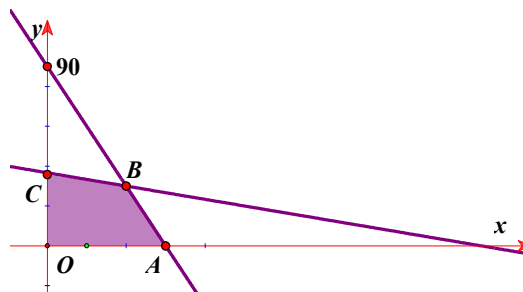
Câu 3: Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Chiến và Bình. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II . Mỗi sản phẩm I bán lãi 500 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 400 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Chiến phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Chiến phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá 180 giờ và Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Tính số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II được sản xuất ra. Điều kiện x, y nguyên dương.

Ta có hệ bất phương trình sau:
$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 180 \\ x + 6y \leq 220 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ trên là



Tiền lãi trong một tháng của xưởng là $T = 0,5x + 0,4y$ (triệu đồng).

Ta thấy T đạt giá trị lớn nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C . Vì C có tọa độ không nguyên nên loại.

Tại $A(60;0)$ thì $T = 30$ triệu đồng.

Tại $B(40; 30)$ thì $T = 32$ triệu đồng.

Vậy tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là 32 triệu đồng.

Câu 4: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kiogam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giá tiền một kg thịt bò là 160 nghìn đồng, một kg thịt lợn là 110 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua. Tìm x, y để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipit trong thức ăn?

Lời giải

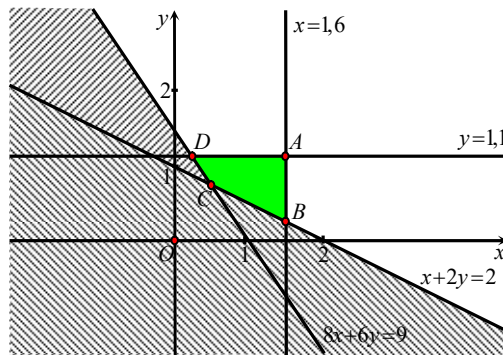
Theo bài ra ta có số tiền gia đình cần trả là $160.x + 110.y$ với x, y thỏa mãn:
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \end{cases}$$

Số đơn vị protein gia đình có là $0,8.x + 0,6.y \geq 0,9 \Leftrightarrow 8x + 6y \geq 9 \ (d_1)$.

Số đơn vị lipit gia đình có là $0,2.x + 0,4.y \geq 0,4 \Leftrightarrow x + 2y \geq 2 \ (d_2)$.

Bài toán trở thành: Tìm x, y thỏa mãn hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$
 sao cho

$T = 160.x + 110.y$ nhỏ nhất.



Vẽ hệ trục tọa độ ta tìm được tọa độ các điểm $A(1,6;1,1)$; $B(1,6;0,2)$; $C(0,6;0,7)$; $D(0,3;1,1)$.

Nhận xét: $T(A) = 377$ nghìn, $T(B) = 278$ nghìn, $T(C) = 173$ nghìn, $T(D) = 169$ nghìn.

Vậy tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipit trong thức ăn thì $x = 0,6$ và $y = 0,7$.

Câu 5: Một hộ nông dân định trồng dưa và củ đậu trên diện tích $8ha$. Trên diện tích mỗi ha , nếu trồng dưa thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng, nếu trồng củ đậu thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên với diện tích là bao nhiêu ha để thu được nhiều tiền nhất, biết rằng tổng số công không quá 180.

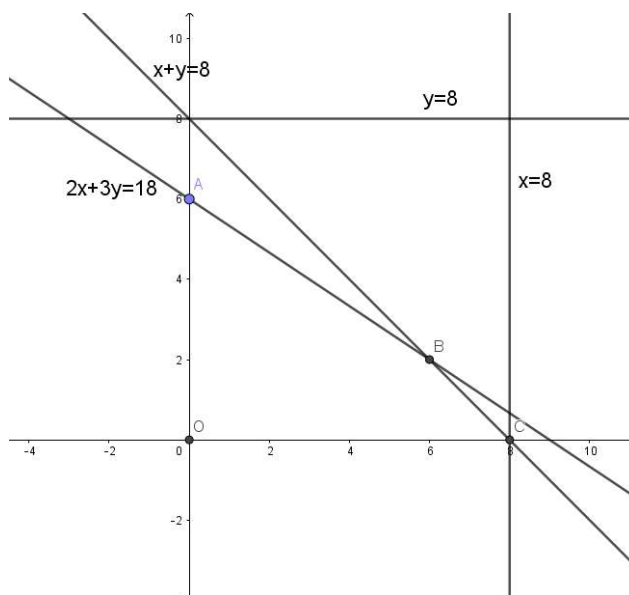
Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số ha trồng dưa và củ đậu.

Có $0 \leq x \leq 8; 0 \leq y \leq 8; x + y \leq 8; 20x + 30y \leq 180 \Rightarrow 2x + 3y \leq 18$.

Số tiền thu được là $T(x, y) = 3x + 4y$.

Ta có hệ
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ x + y \leq 8 \\ 2x + 3y \leq 18 \end{cases}$$



Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác $OABC$ với $A(0;6), B(6;2), C(8;0)$.

Khi đó $T(x, y)$ đạt cực đại tại một trong các đỉnh của $OABC$.

Có $T(0,0) = 0; T(0,6) = 24; T(6,2) = 26; T(8,0) = 24$.

Vậy cần trồng 6 ha dưa và 2 ha củ đậu.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Bất phương trình $3x - 2(y - x + 1) > 0$ tương đương với bất phương trình nào sau đây?

A. $x - 2y - 2 > 0$. **B.** $5x - 2y - 2 > 0$. **C.** $5x - 2y - 1 > 0$. **D.** $4x - 2y - 2 > 0$.

Lời giải

Chọn B

$$3x - 2(y - x + 1) > 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + 2x - 2 > 0 \Leftrightarrow 5x - 2y - 2 > 0.$$

Câu 2: Cho bất phương trình $3(x - 1) + 4(y - 2) < 5x - 3$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. Điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

B. Điểm $B(-2;2)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

C. Điểm $C(-4;2)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

D. Điểm $D(-5;3)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

Lời giải

Chọn A

Lần lượt thay tọa độ điểm ở mỗi phương án vào bất phương trình đã cho, ta thấy $(x_0; y_0) = (0;0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu 3: Cho bất phương trình $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x)$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định **sai**?

A. Điểm $A(-3;-4)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

B. Điểm $B(-2;-5)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

C. Điểm $C(-1;-6)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

D. Điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

Lời giải

Chọn D

Lần lượt thay tọa độ điểm ở mỗi phương án vào bất phương trình đã cho, ta thấy $(x_0; y_0) = (0;0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu 4: Cặp số $(1;-1)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

A. $x + y - 3 > 0$.

B. $-x - y < 0$.

C. $x + 3y + 1 < 0$.

D. $-x - 3y - 1 < 0$.

Lời giải

Chọn C

$f(x, y) = x + 3y + 1$. Thay $f(1, -1) = 1 - 3 + 1 = -1 < 0$.

Câu 5: Cặp số nào sau đây là nghiệm của bất phương trình $-2(x - y) + y > 3$?

A. $(4;-4)$.

B. $(2;1)$.

C. $(-1;-2)$.

D. $(-4;4)$.

Lời giải

Chọn D

$-2(x - y) + y > 3 \Leftrightarrow -2x + y > 3 \Leftrightarrow y > 2x + 3(*)$

Thay các đáp án vào bpt(*) để kiểm tra

Câu 6: Cặp số nào sau đây **không** là nghiệm của bất phương trình $5x - 2(y - 1) \leq 0$?

A. $(0;1)$.

B. $(1;3)$.

C. $(-1;1)$.

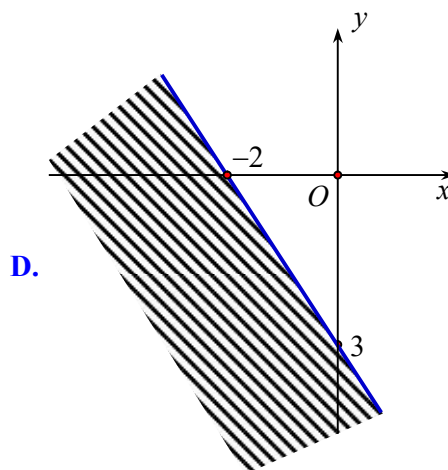
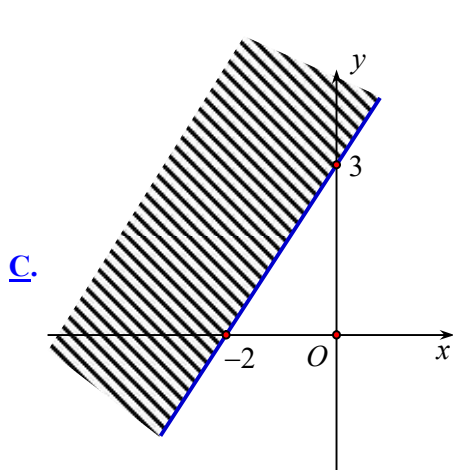
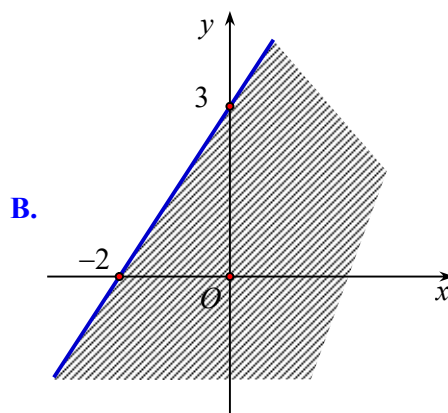
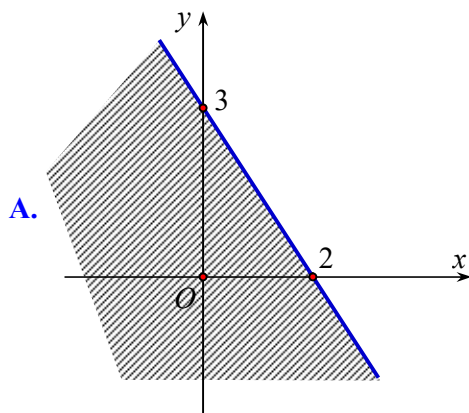
D. $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn B

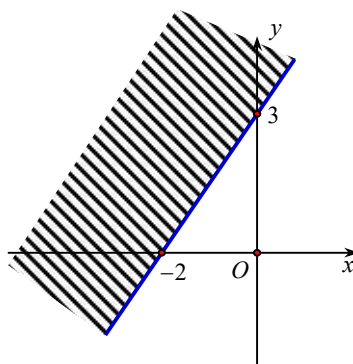
Ta có $5x - 2(y - 1) \leq 0 \Leftrightarrow 5x - 2y + 2 \leq 0$; ta thay từng đáp án vào bất phương trình, cặp $(1;3)$ không thỏa mãn bất phương trình vì $5.1 - 2.3 + 2 \leq 0$ là sai. Vậy chọn **B**.

Câu 7: Miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y > -6$ là



Lời giải

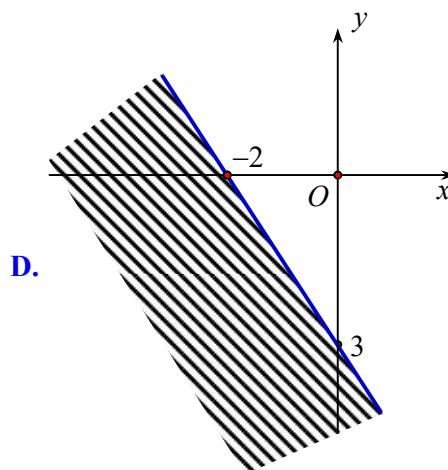
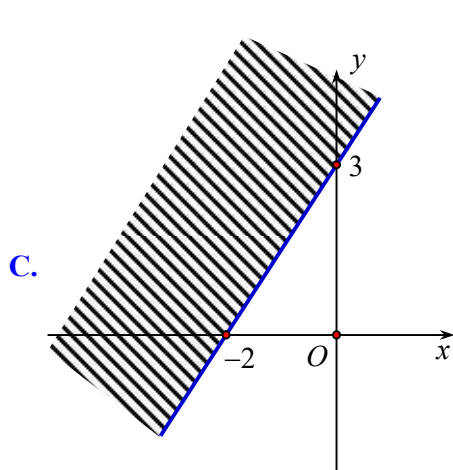
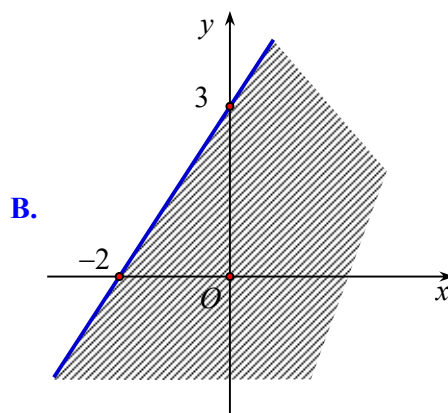
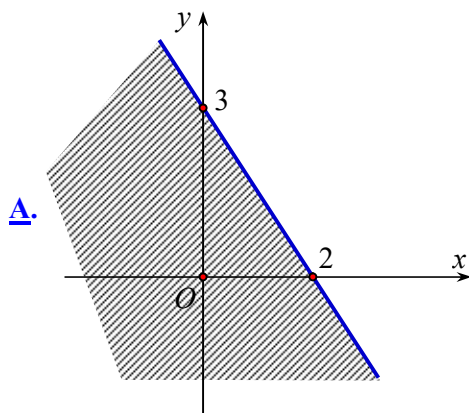
Chọn C



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x - 2y = -6$.

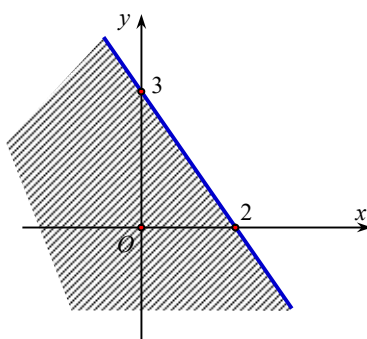
Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng bờ (d) chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 8: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > 6$ là



Lời giải

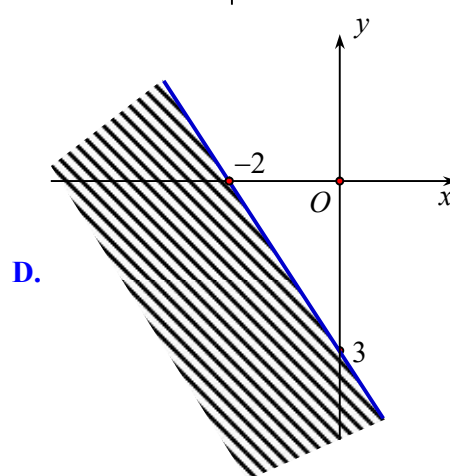
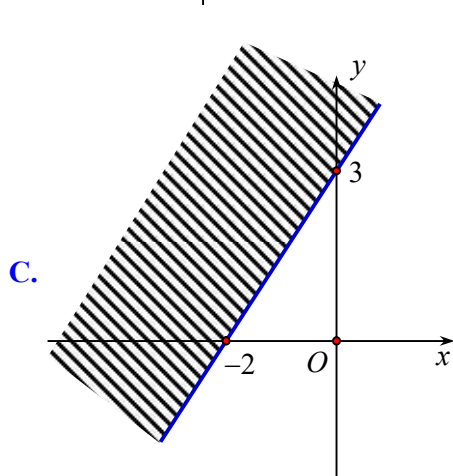
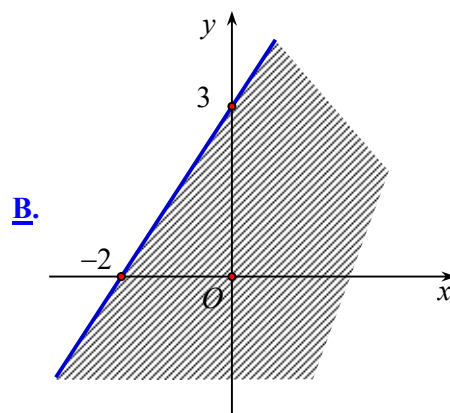
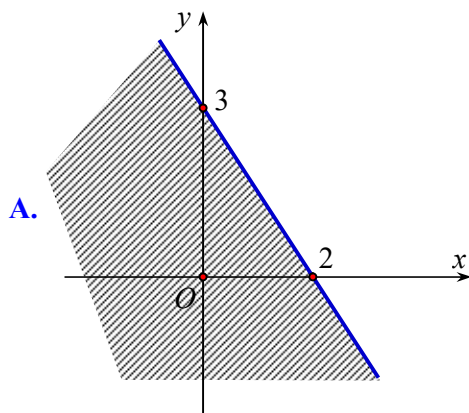
Chọn A



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x + 2y = 6$.

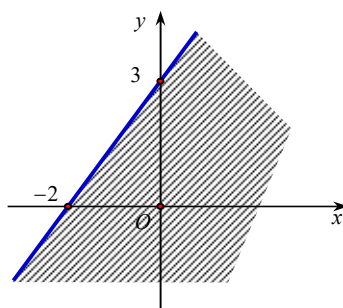
Ta thấy $(0; 0)$ không phải là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 9: Miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y < -6$ là



Lời giải

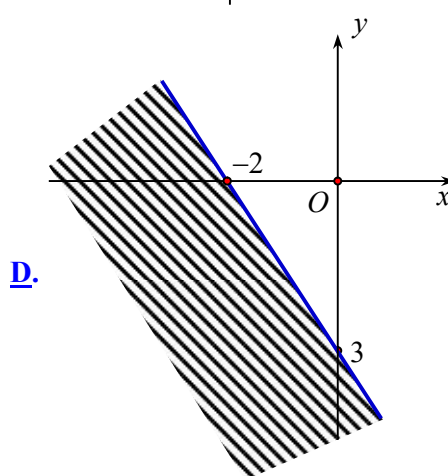
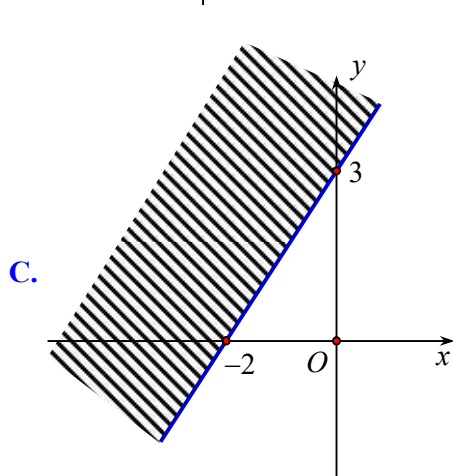
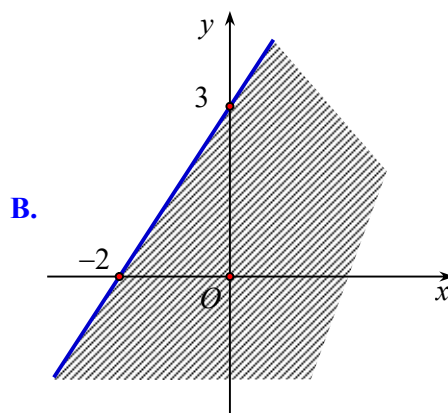
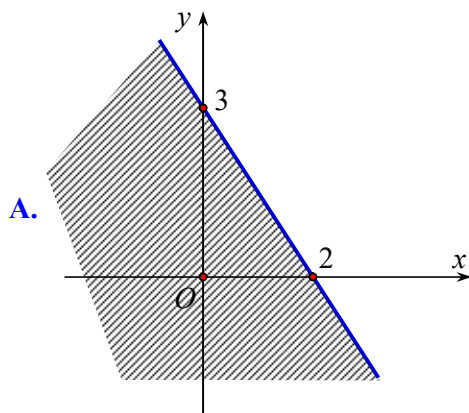
Chọn B



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x - 2y = -6$.

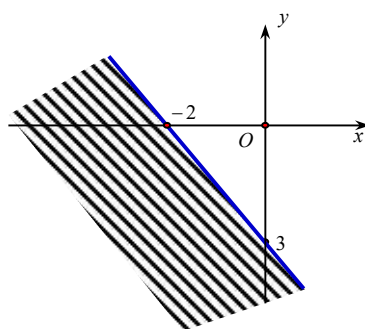
Ta thấy $(0; 0)$ không phải là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 10: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > -6$ là



Lời giải

Chọn D



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x + 2y = -6$.

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 11: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 6 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm nào sau đây?

A. $(0; 0)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(2; 1)$.

D. $(8; 4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta dùng máy tính lần lượt kiểm tra các đáp án để xem đáp án nào thỏa hệ bất phương trình trên.

Câu 12: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \geq 0 \\ 2(x-1) + \frac{3y}{2} \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm

A. $(2;1)$.

B. $(0;0)$.

C. $(1;1)$.

D. $(3;4)$.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét: chỉ có điểm $(2;1)$ thỏa mãn hệ.

Câu 13: Trong các cặp số sau, tìm cặp số **không** là nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$$

A. $(0;0)$.

B. $(1;1)$.

C. $(-1;1)$.

D. $(-1;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta dùng máy tính lần lượt kiểm tra các đáp án để xem đáp án nào **không** thỏa hệ bất phương trình

trên với mọi x .

Câu 14: Điểm nào sau đây **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 < 0 \end{cases}?$$

A. $(-1;4)$.

B. $(-2;4)$.

C. $(0;0)$.

D. $(-3;4)$.

Lời giải

Chọn C

Nhận xét: chỉ có điểm $(0;0)$ không thỏa mãn hệ.

Câu 15: Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \geq 0 \\ 2(x-1) + \frac{3y}{2} \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. Điểm $A(2;1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

B. Điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

C. Điểm $C(1;1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

D. Điểm $D(3;4)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Lời giải

Chọn A

Lần lượt thay tọa độ điểm ở mỗi phương án vào hệ bất phương trình đã cho, ta thấy $(x_0; y_0) = (2; 1)$

là nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Câu 16: Cho hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$$

Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. Điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

B. Điểm $B(1;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

C. Điểm $C(0;-2)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

D. Điểm $D(0;2)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Lời giải

Chọn C

Lần lượt thay tọa độ điểm ở mỗi phương án vào hệ bất phương trình đã cho, ta thấy $(x_0; y_0) = (0; -2)$ là nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Câu 17: Điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

A. $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 < 0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 < 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Thay $x = 0; y = 0$ vào từng đáp án ta được:

$\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 > 0 \\ 4 > 0 \end{cases}$ (loại **A.**); $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 > 0 \\ 4 < 0 \end{cases}$ (Loại **B.**)

$\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 < 0 \\ 4 > 0 \end{cases}$ (thỏa mãn). Vậy chọn **C.**

Câu 18: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - \frac{3}{2}y \geq 1 & (1) \\ 4x - 3y \leq 2 & (2) \end{cases}$ có tập nghiệm S . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\left(-\frac{1}{4}; -1\right) \notin S$.

B. $S = \{(x; y) | 4x - 3y = 2\}$.

C. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ và kẻ cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

D. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ và kẻ cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

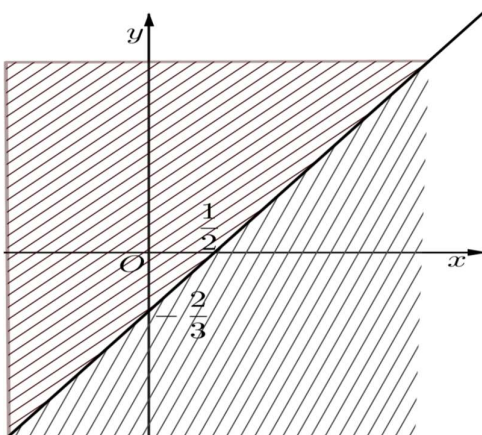
Lời giải

Chọn B

Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$$(d_1): 2x - \frac{3}{2}y = 1$$

$$(d_2): 4x - 3y = 2$$



Thử trực tiếp ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình (2) nhưng không phải là nghiệm của bất phương trình (1). Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, tập hợp nghiệm của hệ bất phương trình chính là các điểm thuộc đường thẳng $(d): 4x - 3y = 2$.

Câu 19: Cho hệ $\begin{cases} 2x + 3y < 5 & (1) \\ x + \frac{3}{2}y < 5 & (2) \end{cases}$. Gọi S_1 là tập nghiệm của bất phương trình (1), S_2 là tập nghiệm của

bất phương trình (2) và S là tập nghiệm của hệ thì

A. $S_1 \subset S_2$.

B. $S_2 \subset S_1$.

C. $S_2 = S$.

D. $S_1 \neq S$.

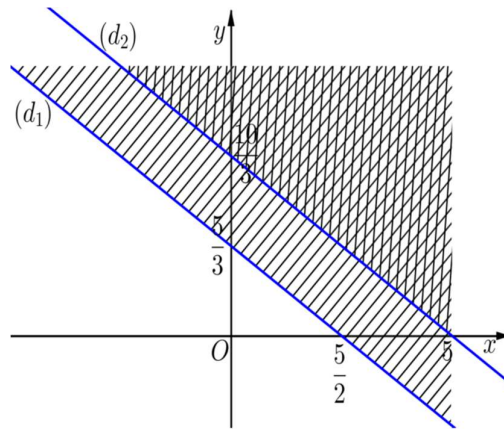
Lời giải

Chọn A

Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

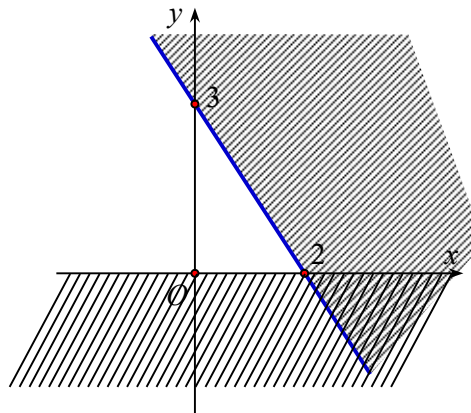
$$(d_1): 2x + 3y = 5$$

$$(d_2): x + \frac{3}{2}y = 5$$



Ta thấy $(0 ; 0)$ là nghiệm của cả hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa gốc tọa độ thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 20: Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?



A. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$

Lời giải

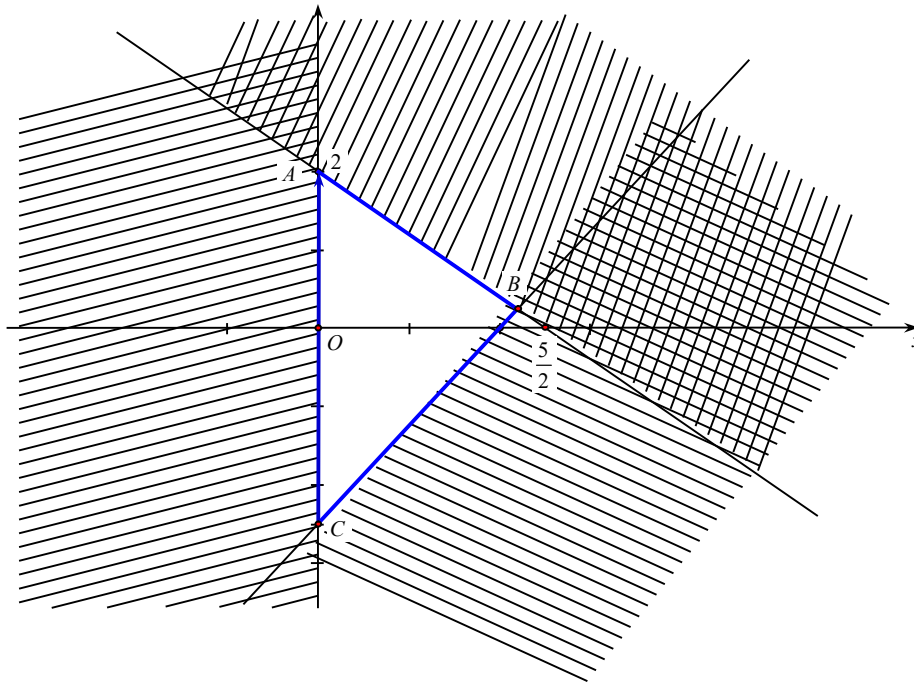
Chọn A

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị gồm hai đường thẳng $(d_1): y = 0$ và đường thẳng $(d_2): 3x + 2y = 6$.

Miền nghiệm gồm phần y nhận giá trị dương.

Lại có $(0 ; 0)$ thỏa mãn bất phương trình $3x + 2y < 6$.

Câu 21: Miền tam giác ABC kể cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?



A.
$$\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x - 4y \geq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 5y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$$

Lời giải

Chọn C

Dựa vào hình vẽ, ta thấy đồ thị gồm các đường thẳng:

$(d_1): x = 0$

$(d_2): 4x + 5y = 10$

$(d_3): 5x - 4y = 10$

Miền nghiệm gần phần mặt phẳng nhận giá trị x dương (kể cả bờ (d_1)).

Lại có $(0; 0)$ là nghiệm của cả hai bất phương trình $4x + 5y \leq 10$ và $5x - 4y \leq 10$.

Câu 22: Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + 5y \leq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền tứ giác $ABCO$ kể cả các cạnh với $A(0; 3)$, $B\left(\frac{25}{8}; \frac{9}{8}\right)$, $C(2; 0)$ và $O(0; 0)$.

B. Đường thẳng $\Delta: x + y = m$ có giao điểm với tứ giác $ABCO$ kể cả khi $-1 \leq m \leq \frac{17}{4}$.

C. Giá trị lớn nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là $\frac{17}{4}$.

D. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là 0.

Lời giải

Chọn B

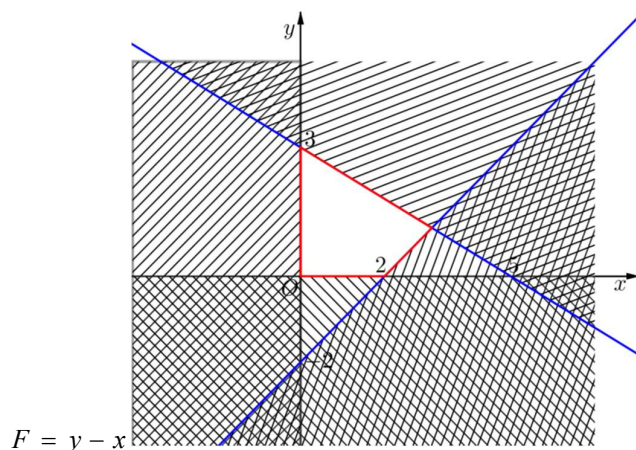
Trước hết, ta vẽ bốn đường thẳng:

$$(d_1): x - y = 2$$

$$(d_2): 3x + 5y = 15$$

$$(d_3): x = 0$$

$$(d_4): y = 0$$



Miền nghiệm là phần không bị gạch, kể cả biên.

Câu 23: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$
 là.

A. $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

B. $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.

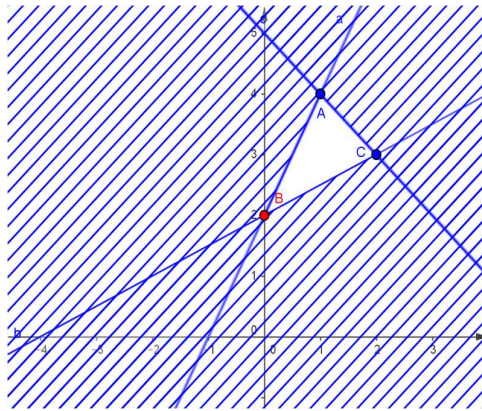
C. $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4$.

D. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

Lời giải

Chọn A

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$
 trên hệ trục tọa độ như dưới đây:



Nhận thấy biết thức $F = y - x$ chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm A, B hoặc C .

Ta có: $F(A) = 4 - 1 = 3; F(B) = 2; F(C) = 3 - 2 = 1$.

Vậy $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

Câu 24: Biểu thức $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện $\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$ tại điểm $S(x, y)$ có tọa độ

là

A. $(4; 1)$.

B. $(3; 1)$.

C. $(2; 1)$.

D. $(1; 1)$.

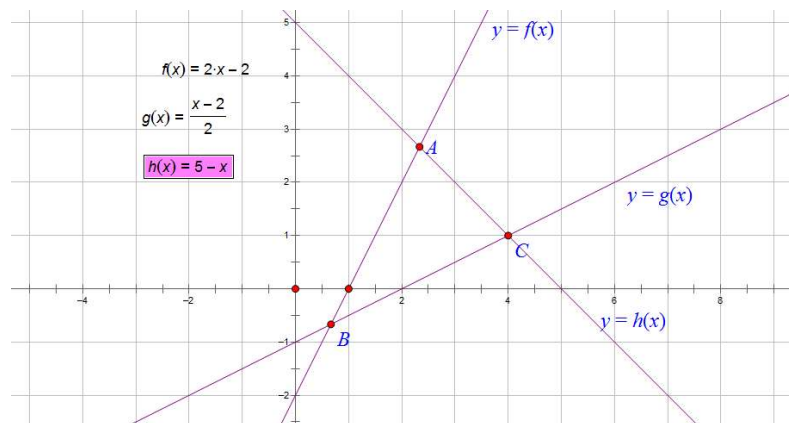
Lời giải

Chọn A

Cách 1: Thử máy tính Ta dùng máy tính lần lượt kiểm tra các đáp án để xem đáp án nào thỏa hệ bất phương trình trên loại được đáp án **D**.

Ta lần lượt tính hiệu $F = y - x$ và $\min F = -3$ tại $x = 4, y = 1$.

Cách 2: Tự luận:

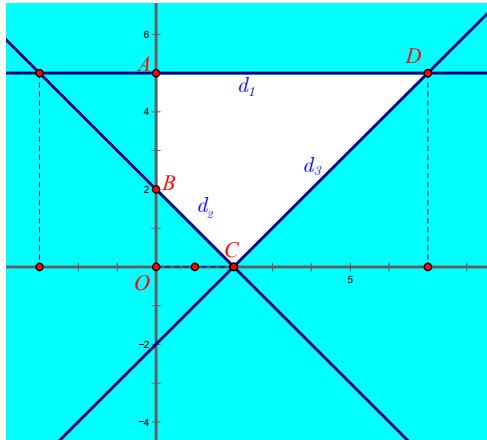


Tọa độ $A\left(\frac{7}{3}; \frac{8}{3}\right)$, $B\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$, $C(4; 1)$. Giá trị F lần lượt tại tọa độ các điểm B, C, A là $-\frac{4}{3}, -3; \frac{1}{3}$. Suy ra $\min F = -3$ tại $(4; 1)$.

- Câu 25:** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = x - 2y$, với điều kiện $\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$ là
- A. -12. B. -10. C. -8. D. -6.

Lời giải

Chọn B



Vẽ các đường thẳng $d_1: y=5$;

$$d_2: x+y-2=0; d_3: x-y-2=0;$$

$$Ox: y=0; Oy: x=0.$$

Các đường thẳng trên đôi một cắt nhau tại $A(0;5)$

Vì điểm $M_0(2;1)$ có toạ độ thoả mãn tất cả các bất pt trong hệ nên ta tô đậm các nửa mặt phẳng bờ d_1, d_2, d_3, Ox, Oy không chứa điểm M_0 . Miền không bị tô đậm là đa giác $ABCD$ kể cả các cạnh (hình bên) là miền nghiệm của hệ pt đã cho.

Kí hiệu $F(A) = F(x_A; y_A) = x_A - 2y_A$, ta có

$$F(A) = -10, F(B) = -4, F(C) = 2; F(D) = -3, -10 < -4 < -3 < 2.$$

Giá trị lớn nhất cần tìm là -10.

- Câu 26:** Biểu thức $L = y - x$, với x và y thoả mãn hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x+3y-6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 2x-3y-1 \leq 0 \end{cases}$, đạt giá trị lớn

nhất là a và đạt giá trị nhỏ nhất là b . Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

A. $a = \frac{25}{8}$ và $b = -2$. B. $a = 2$ và $b = -\frac{11}{12}$. C. $a = 3$ và $b = 0$. D. $a = 3$ và $b = \frac{-9}{8}$.

Lời giải

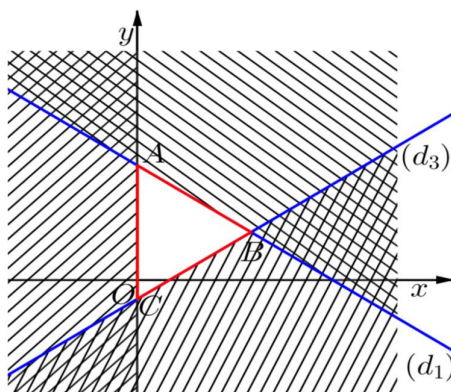
Chọn B

Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): 2x + 3y - 6 = 0$$

$$(d_2): x = 0$$

$$(d_3): 2x - 3y - 1 = 0$$



Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa gốc tọa độ thuộc cả ba miền nghiệm của cả ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ (kể cả biên).

Miền nghiệm là hình tam giác ABC (kể cả biên), với $A(0; 2)$, $B\left(\frac{7}{4}; \frac{5}{6}\right)$, $C\left(0; -\frac{1}{3}\right)$.

Vậy ta có $a = 2 - 0 = 2$, $b = \frac{5}{6} - \frac{7}{4} = -\frac{11}{12}$.

Câu 27: Cho các giá trị x, y thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} x - y + 2 \geq 0 \\ 2x - y - 1 \leq 0 \\ 3x - y - 2 \geq 0 \end{cases}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$T = 3x + 2y.$$

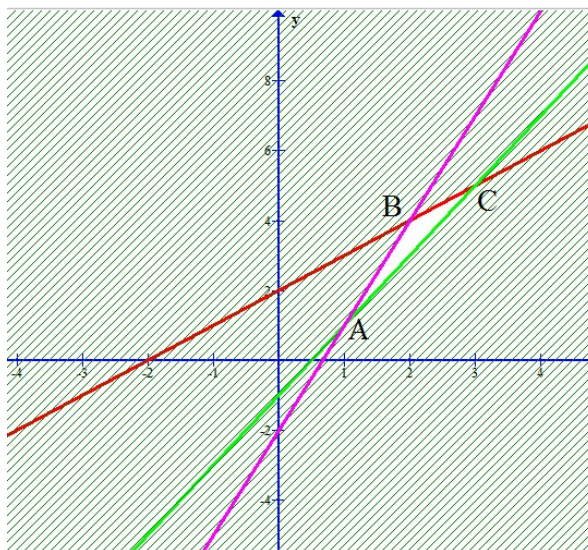
A. 19.

B. 25.

C. 14.

D. Không tồn tại.

Lời giải



Chọn B

Miền nghiệm của hệ đã cho là miền trong tam giác ABC (Kể cả đường biên) trong đó $A(1;1)$, $B(2;4)$, $C(3;5)$.

Giá trị lớn nhất của $T = 3x + 2y$ đạt được tại các đỉnh của tam giác ABC .

Do $T_A = T(1;1) = 3.1 + 2.1 = 5$, $T_B = T(2;4) = 3.2 + 2.4 = 14$ và $T_C = T(3;5) = 3.3 + 2.5 = 25$ nên giá

trị lớn nhất của $T = 3x + 2y$ là 25 đạt được khi $x = 3$ và $y = 5$.

Câu 28: Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường để pha chế nước cam và nước táo.

- Để pha chế 1 lít nước cam cần 30 g đường, 1 lít nước và 1 g hương liệu;
- Để pha chế 1 lít nước táo cần 10 g đường, 1 lít nước và 4 g hương liệu.

Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để đạt được số điểm thưởng cao nhất?

- A.** 5 lít nước cam và 4 lít nước táo. **B.** 6 lít nước cam và 5 lít nước táo.
C. 4 lít nước cam và 5 lít nước táo. **D.** 4 lít nước cam và 6 lít nước táo.

Lời giải

Chọn C

Giả sử x, y lần lượt là số lít nước cam và số lít nước táo mà mỗi đội cần pha chế.

Suy ra $30x + 10y$ là số gam đường cần dùng;

$x + y$ là số lít nước cần dùng;

$x + 4y$ là số gam hương liệu cần dùng.

$$\text{Theo giả thiết ta có } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 30x + 10y \leq 210 \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + y \leq 21 \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases} \quad (*)$$

Số điểm thưởng nhận được sẽ là $P = 60x + 80y$.

Ta đi tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P với x, y thỏa mãn $(*)$.

Câu 29: Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm

- Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lời 40 nghìn;
- Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, đem lại mức lời 30 nghìn.

Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

- A.** 30kg loại I và 40 kg loại II. **B.** 20kg loại I và 40 kg loại II.

C. 30kg loại I và 20 kg loại II.

D. 25kg loại I và 45 kg loại II.

Lời giải

Chọn B

Gọi $x \geq 0, y \geq 0$ (kg) lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II cần sản xuất.

Khi đó, tổng số nguyên liệu sử dụng: $2x + 4y \leq 200$.

Tổng số giờ làm việc: $30x + 15y \leq 1200$.

Lợi nhuận tạo thành: $L = 40x + 30y$ (nghìn).

Thực chất của bài toán này là phải tìm $x \geq 0, y \geq 0$ thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} 2x + 4y \leq 200 \\ 30x + 15y \leq 1200 \end{cases} \text{ sao cho } L = 40x + 30y \text{ đạt giá trị lớn nhất.}$$

Câu 30: Một nhà khoa học đã nghiên cứu về tác động phối hợp của hai loại Vitamin A và B đã thu được kết quả như sau: Trong một ngày, mỗi người cần từ 400 đến 1000 đơn vị Vitamin cả A lẫn B và có thể tiếp nhận không quá 600 đơn vị vitamin A và không quá 500 đơn vị vitamin B . Do tác động phối hợp của hai loại vitamin trên nên mỗi ngày một người sử dụng số đơn vị vitamin B không ít hơn một nửa số đơn vị vitamin A và không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin A . Tính số đơn vị vitamin mỗi loại ở trên để một người dùng mỗi ngày sao cho chi phí rẻ nhất, biết rằng mỗi đơn vị vitamin A có giá 9 đồng và mỗi đơn vị vitamin B có giá 7,5 đồng.

A. 600 đơn vị Vitamin A , 400 đơn vị Vitamin B .

B. 600 đơn vị Vitamin A , 300 đơn vị Vitamin B .

C. 500 đơn vị Vitamin A , 500 đơn vị Vitamin B .

D. 100 đơn vị Vitamin A , 300 đơn vị Vitamin B .

Lời giải

Chọn D

Gọi $x \geq 0, y \geq 0$ lần lượt là số đơn vị vitamin A và B để một người cần dùng trong một ngày.

Trong một ngày, mỗi người cần từ 400 đến 1000 đơn vị vitamin cả A lẫn B nên ta có: $400 \leq x + y \leq 1000$.

Hàng ngày, tiếp nhận không quá 600 đơn vị vitamin A và không quá 500 đơn vị vitamin B nên ta có: $x \leq 600, y \leq 500$.

Mỗi ngày một người sử dụng số đơn vị vitamin B không ít hơn một nửa số đơn vị vitamin A và không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin A nên ta có: $0,5x \leq y \leq 3x$.

Số tiền cần dùng mỗi ngày là: $T(x, y) = 9x + 7,5y$.

Bài toán trở thành: Tìm $x \geq 0, y \geq 0$ thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 600, 0 \leq y \leq 500 \\ 400 \leq x + y \leq 1000 \\ 0,5x \leq y \leq 3x \end{cases} \text{ để } T(x, y) = 9x + 7,5y \text{ đạt giá trị nhỏ nhất.}$$

Câu 31: Công ty Bao bì Dược cần sản xuất 3 loại hộp giấy: đựng thuốc B₁, đựng cao Sao vàng và đựng "Quy sâm đại bổ hoàn". Để sản xuất các loại hộp này, công ty dùng các tấm bìa có kích thước giống nhau. Mỗi tấm bìa có hai cách cắt khác nhau.

- Cách thứ nhất cắt được 3 hộp B₁, một hộp cao Sao vàng và 6 hộp Quy sâm.
- Cách thứ hai cắt được 2 hộp B₁, 3 hộp cao Sao vàng và 1 hộp Quy sâm. Theo kế hoạch, số hộp Quy sâm phải có là 900 hộp, số hộp B₁ tối thiểu là 900 hộp, số hộp cao sao vàng tối thiểu là 1000 hộp. Cần phương án sao cho tổng số tấm bìa phải dùng là ít nhất?

A. Cắt theo cách một $x - 2 < 0$ tấm, cắt theo cách hai 300 tấm.

B. Cắt theo cách một 150 tấm, cắt theo cách hai 100 tấm.

C. Cắt theo cách một 50 tấm, cắt theo cách hai 300 tấm.

D. Cắt theo cách một 100 tấm, cắt theo cách hai 200 tấm.

Lời giải

Chọn A

Gọi $x \geq 0$, $y \geq 0$ lần lượt là số tấm bìa cắt theo cách thứ nhất, thứ hai.

$$\text{Bài toán đưa đến tìm } x \geq 0, y \geq 0 \text{ thỏa mãn hệ } \begin{cases} 3x + 2y \geq 900 \\ x + 3y \geq 1000 \\ 6x + y = 900 \end{cases} \text{ sao cho } L = x + y \text{ nhỏ nhất.}$$

Câu 32: Một nhà máy sản xuất, sử dụng ba loại máy đặc chủng để sản xuất sản phẩm A và sản phẩm B trong một chu trình sản xuất. Để sản xuất một tấn sản phẩm A lãi 4 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 1 giờ, máy II trong 2 giờ và máy III trong 3 giờ. Để sản xuất ra một tấn sản phẩm B lãi được 3 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 6 giờ, máy II trong 3 giờ và máy III trong 2 giờ. Biết rằng máy I chỉ hoạt động không quá 36 giờ, máy hai hoạt động không quá 23 giờ và máy III hoạt động không quá 27 giờ. Hãy lập kế hoạch sản xuất cho nhà máy để tiền lãi được nhiều nhất.

A. Sản xuất 9 tấn sản phẩm A và không sản xuất sản phẩm B.

B. Sản xuất 7 tấn sản phẩm A và 3 tấn sản phẩm B.

C. Sản xuất $\frac{10}{3}$ tấn sản phẩm A và $\frac{49}{9}$ tấn sản phẩm B.

D. Sản xuất 6 tấn sản phẩm B và không sản xuất sản phẩm A.

Lời giải

Chọn B

Gọi $x \geq 0$, $y \geq 0$ (tấn) là sản lượng cần sản xuất của sản phẩm A và sản phẩm B. Ta có:

$x + 6y$ là thời gian hoạt động của máy I.

$2x + 3y$ là thời gian hoạt động của máy II.

$3x + 2y$ là thời gian hoạt động của máy III.

Số tiền lãi của nhà máy: $T = 4x + 3y$ (triệu đồng).

Bài toán trở thành: Tìm $x \geq 0, y \geq 0$ thỏa mãn
$$\begin{cases} x + 6y \leq 36 \\ 2x + 3y \leq 23 \\ 3x + 2y \leq 27 \end{cases}$$
 để $T = 4x + 3y$ đạt giá trị lớn nhất.

CHƯƠNG



BẤT PHƯƠNG TRÌNH

HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. TÌM NGHIỆM BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 1: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ **không được gọi là miền nghiệm của nó.**

B. Biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình $2x - 3y + 1 < 0$ trên hệ trục Oxy là đường thẳng $2x - 3y + 1 = 0$.

C. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ **được gọi là miền nghiệm của nó.**

D. Nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ **là tập rỗng.**

Câu 2: Miền nghiệm của bất phương trình $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x)$ là nửa mặt phẳng không chứa điểm nào trong các điểm sau?

A. $(0; 0)$.

B. $(1; 1)$.

C. $(4; 2)$.

D. $(1; -1)$.

Câu 3: Miền nghiệm của bất phương trình $3(x - 1) + 4(y - 2) < 5x - 3$ là nửa mặt phẳng chứa điểm nào trong các điểm sau?

A. $(0; 0)$.

B. $(-4; 2)$.

C. $(-2; 2)$.

D. $(-5; 3)$.

Câu 4: Miền nghiệm của bất phương trình $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm nào trong các điểm sau?

A. $(-3; -4)$.

B. $(-2; -5)$.

C. $(-1; -6)$.

D. $(0; 0)$.

Câu 5: Miền nghiệm của bất phương trình $4(x - 1) + 5(y - 3) > 2x - 9$ là nửa mặt phẳng chứa điểm nào trong các điểm sau?

A. $(0; 0)$.

B. $(1; 1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(2; 5)$.

Câu 6: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2(y + 3) > 4(x + 1) - y + 3$ là phần mặt phẳng chứa điểm nào trong các điểm sau?

A. $(3; 0)$.

B. $(3; 1)$.

C. $(1; 1)$.

D. $(0; 0)$.

Câu 7: Miền nghiệm của bất phương trình $5(x + 2) - 9 < 2x - 2y + 7$ là phần mặt phẳng **không** chứa điểm nào trong các điểm sau?

A. $(-2; 1)$.

B. $(2; 3)$.

C. $(2; -1)$.

D. $(0; 0)$.

Câu 8: Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $2x + y < 1$?

A. $(-2; 1)$.

B. $(3; -7)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(0; 0)$.

Câu 9: Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $x - 4y + 5 \geq 0$?

- A. $(-5; 0)$. B. $(-2; 1)$. C. $(1; -3)$. D. $(0; 0)$.

Câu 10: Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $2x - 5y + 3z \leq 0$. B. $3x^2 + 2x - 4 > 0$. C. $2x^2 + 5y > 3$. D. $2x + 3y < 5$.

Câu 11: Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x + y - 3 > 0$?

- A. $Q(-1; -3)$. B. $M\left(1; \frac{3}{2}\right)$. C. $N(1; 1)$. D. $P\left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 12: Miền nghiệm của bất phương trình $-3x + y + 2 \leq 0$ không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 2)$. B. $B(2; 1)$. C. $C\left(1; \frac{1}{2}\right)$. D. $D(3; 1)$.

Câu 13: Miền nghiệm của bất phương trình $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x)$ không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(-1; -2)$. B. $B\left(-\frac{1}{11}; -\frac{2}{11}\right)$. C. $C(0; -3)$. D. $D(-4; 0)$.

Câu 14: Miền nghiệm của bất phương trình $2x + y > 1$ không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 1)$. B. $B(2; 2)$. C. $C(3; 3)$. D. $D(-1; -1)$.

Câu 15: Miền nghiệm của bất phương trình $(1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y \geq 2$ chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; -1)$. B. $B(-1; -1)$. C. $C(-1; 1)$. D. $D(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$.

Câu 16: Miền nghiệm của bất phương trình $x - 2 + 2(y - 1) > 2x + 4$ chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 1)$. B. $B(1; 5)$. C. $C(4; 3)$. D. $D(0; 4)$.

Câu 17: Miền nghiệm của bất phương trình $2x - \sqrt{2}y + \sqrt{2} - 2 \leq 0$ chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 1)$. B. $B(1; 0)$. C. $C(\sqrt{2}; \sqrt{2})$. D. $D(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$.

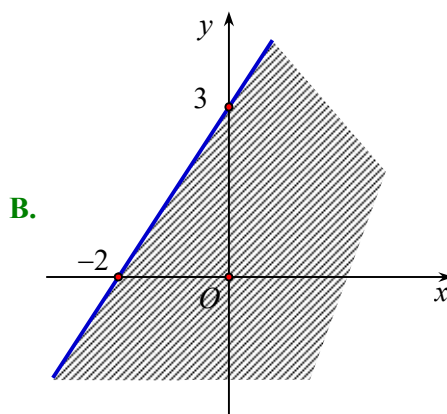
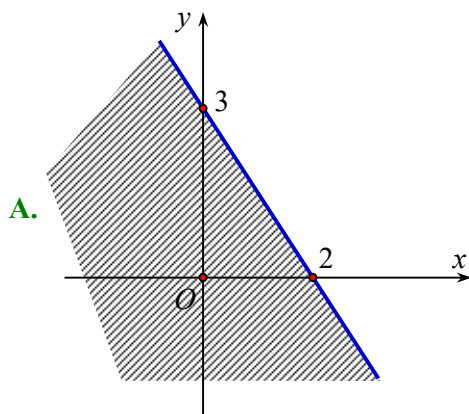
Câu 18: Cho bất phương trình $2x + 4y < 5$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(1; 1) \in S$. B. $(1; 10) \in S$. C. $(1; -1) \in S$. D. $(1; 5) \in S$.

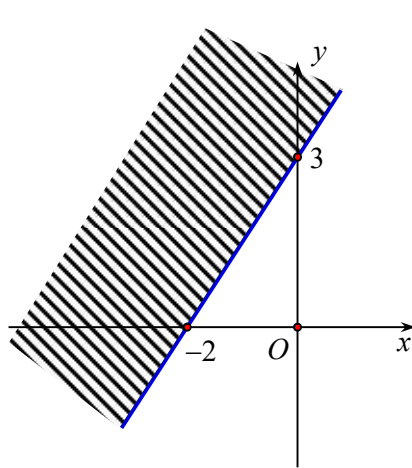
Câu 19: Cho bất phương trình $x - 2y + 5 > 0$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(2; 2) \in S$. B. $(1; 3) \in S$. C. $(-2; 2) \in S$. D. $(-2; 4) \in S$.

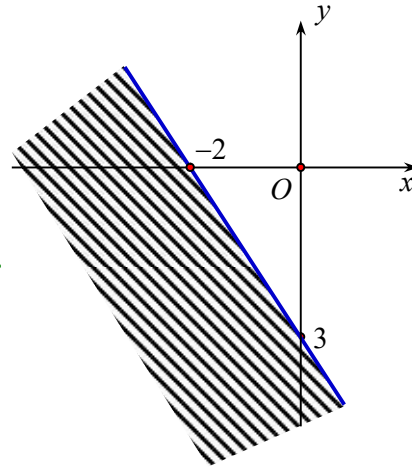
Câu 20: Miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y > -6$ là



C.

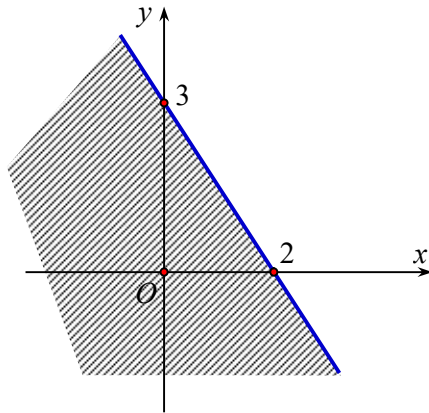


D.

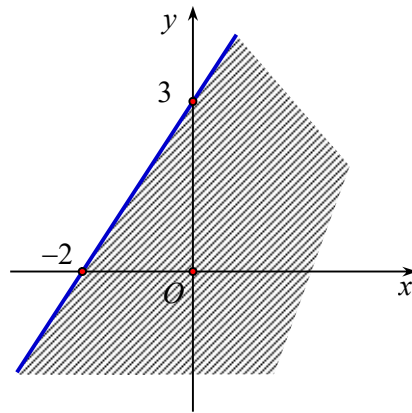


Câu 21: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > 6$ là

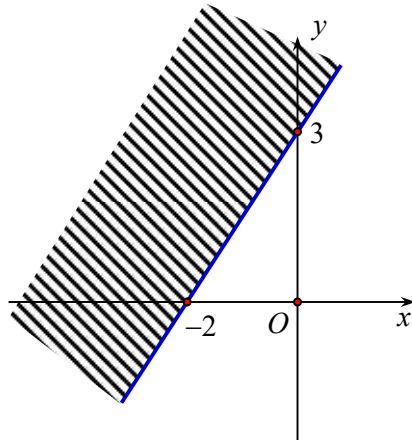
A.



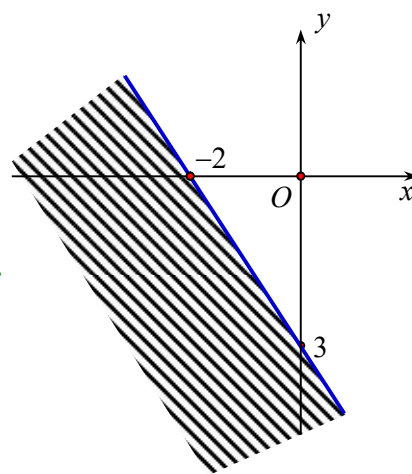
B.



C.

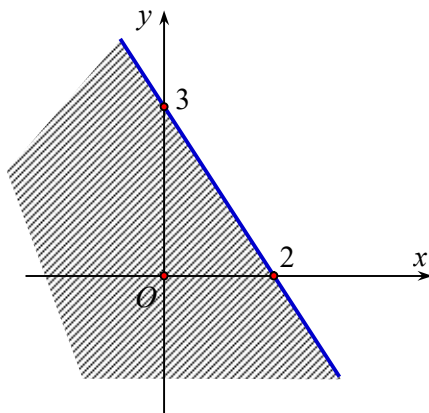


D.

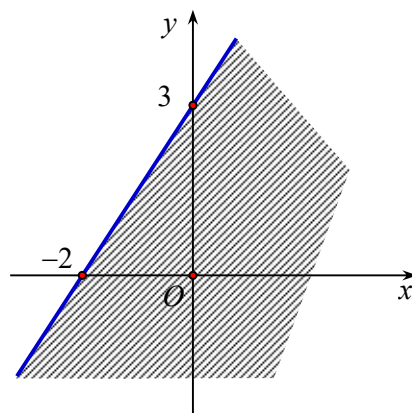


Câu 22: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > -6$ là

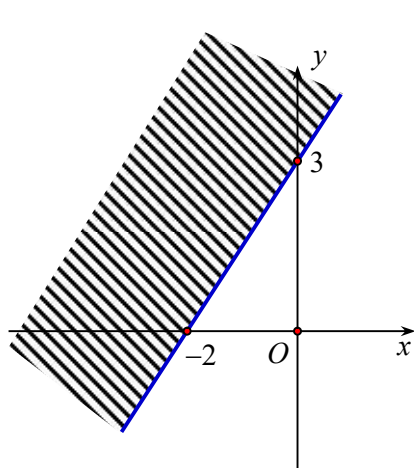
A.



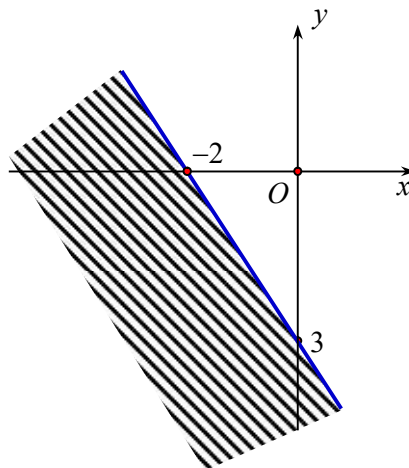
B.



C.



D.



Câu 23: Cho bất phương trình $-2x + \sqrt{3}y + \sqrt{2} \leq 0$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(1;1) \in S$. B. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right) \in S$. C. $(1;-2) \notin S$. D. $(1;0) \notin S$.

Câu 24: Cặp số $(x;y) = (2;3)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A. $4x > 3y$. B. $x - 3y + 7 < 0$. C. $2x - 3y - 1 > 0$. D. $x - y < 0$.

Câu 25: Cặp số $(x_0; y_0)$ nào là nghiệm của bất phương trình $3x - 3y \geq 4$.

- A. $(x_0; y_0) = (-2; 2)$. B. $(x_0; y_0) = (5; 1)$. C. $(x_0; y_0) = (-4; 0)$. D. $(x_0; y_0) = (2; 1)$.

DẠNG 2. TÌM MIỀN NGHIỆM CỦA HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 26: Trong các cặp số sau, cặp nào **không** là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$ là

- A. $(0;0)$. B. $(1;1)$. C. $(-1;1)$. D. $(-1;-1)$.

Câu 27: Câu nào sau đây đúng?.

Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \geq 0 \\ 2(x-1) + \frac{3y}{2} \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm

- A. $(2;1)$. B. $(0;0)$. C. $(1;1)$. D. $(3;4)$.

Câu 28: Điểm nào sau đây **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 < 0 \end{cases}$?

- A. $(-1;4)$. B. $(-2;4)$. C. $(0;0)$. D. $(-3;4)$.

Câu 29: Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$

- A. $(0;0)$. B. $(1;0)$. C. $(0;-2)$. D. $(0;2)$.

Câu 30: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y > 0 \\ x - 3y + 3 < 0 \\ x + y - 5 > 0 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm

- A. $(5;3)$. B. $(0;0)$. C. $(1;-1)$. D. $(-2;2)$.

Câu 31: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 6 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm

- A. $(0;0)$. B. $(1;2)$. C. $(2;1)$. D. $(8;4)$.

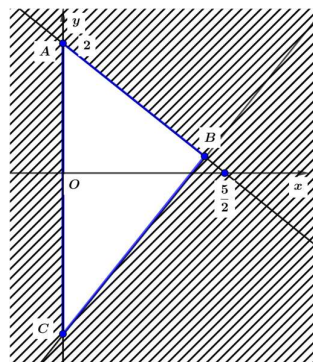
Câu 32: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y > 0 \\ 2x + 5y < 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(1;1) \in S$. B. $(-1;-1) \in S$. C. $\left(1; -\frac{1}{2}\right) \in S$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right) \in S$.

Câu 33: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x + y \geq 6 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 4 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm:

- A. $(2;1)$. B. $(6;4)$. C. $(0;0)$. D. $(1;2)$.

Câu 34: Miền tam giác ABC kể cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình dưới đây?



- A. $\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x - 4y \geq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 5y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$.

Câu 35: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x > 0 \\ x + \sqrt{3}y + 1 \leq 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(1;-1) \in S$. B. $(1;-\sqrt{3}) \in S$. C. $(-1;\sqrt{5}) \notin S$. D. $(-4;\sqrt{3}) \in S$.

Câu 36: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x > 0 \\ x + \sqrt{3}y + 1 > 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(-1; 2) \in S$. B. $(\sqrt{2}; 0) \notin S$. C. $(1; -\sqrt{3}) \in S$. D. $(\sqrt{3}; 0) \in S$.

Câu 37: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y > 3 \\ 1 - \frac{1}{2}x + y > 0 \end{cases}$ có tập nghiệm S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(1; -2) \in S$. B. $(2; 1) \in S$. C. $(5; -6) \in S$. D. $S = \emptyset$.

Câu 38: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - \frac{3}{2}y \geq 1 \\ 4x - 3y \leq 2 \end{cases}$ có tập nghiệm S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\left(-\frac{1}{4}; -1\right) \notin S$.

B. $S = \{(x; y) | 4x - 3y = 2\}$.

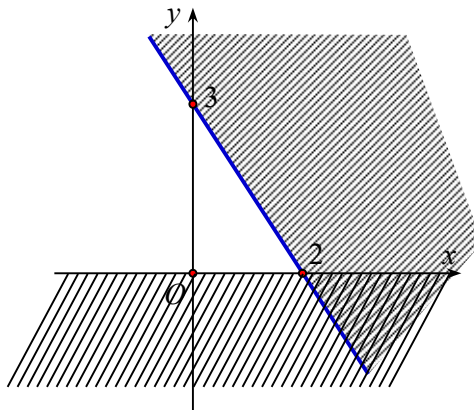
C. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ và kẻ cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

D. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ và kẻ cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

Câu 39: Cho hệ $\begin{cases} 2x + 3y < 5 & (1) \\ x + \frac{3}{2}y < 5 & (2) \end{cases}$. Gọi S_1 là tập nghiệm của bất phương trình, S_2 là tập nghiệm của bất phương trình và S là tập nghiệm của hệ thì

- A. $S_1 \subset S_2$. B. $S_2 \subset S_1$. C. $S_2 = S$. D. $S_1 \neq S$.

Câu 40: Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?



- A. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$. B. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$.

Câu 41: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \\ y - x < 3 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 0)$. B. $B(-2; 3)$. C. $C(0; -1)$. D. $D(-1; 0)$.

Câu 42: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x+3y-6 < 0 \\ x \geq 0 \\ 2x-3y-1 \leq 0 \end{cases}$$
 chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 2)$. B. $B(0; 2)$. C. $C(-1; 3)$. D. $D\left(0; -\frac{1}{3}\right)$.

Câu 43: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x-1 \leq 0 \\ -3x+5 \leq 0 \end{cases}$$
 chứa điểm nào sau đây?

- A. Không có. B. $B\left(\frac{5}{3}; 2\right)$. C. $C(-3; 1)$. D. $D\left(\frac{1}{2}; 10\right)$.

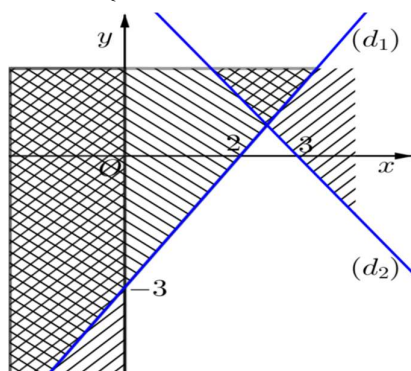
Câu 44: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3-y < 0 \\ 2x-3y+1 > 0 \end{cases}$$
 chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(3; 4)$. B. $B(4; 3)$. C. $C(7; 4)$. D. $D(4; 4)$.

Câu 45: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x-2y < 0 \\ x+3y > -2 \end{cases}$$
 không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(-1; 0)$. B. $B(1; 0)$. C. $C(-3; 4)$. D. $D(0; 3)$.

Câu 46: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x-2y-6 \geq 0 \\ 2(x-1)+\frac{3y}{2} \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$$
 không chứa điểm nào sau đây?

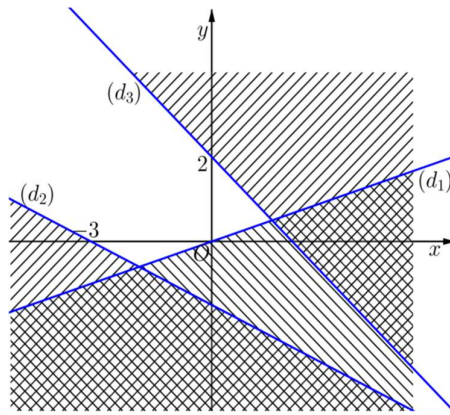


- A. $A(2; -2)$. B. $B(3; 0)$. C. $C(1; -1)$. D. $D(2; -3)$.

Câu 47: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x-y > 0 \\ x-3y \leq -3 \\ x+y > 5 \end{cases}$$
 không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(3; 2)$. B. $B(6; 3)$. C. $C(6; 4)$. D. $D(5; 4)$.

Câu 48: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x-3y < 0 \\ x+2y > -3 \\ y+x < 2 \end{cases}$$
 không chứa điểm nào sau đây?



- A. $A(0; 1)$. B. $B(-1; 1)$. C. $C(-3; 0)$. D. $D(-3; 1)$.

DẠNG 3. TÌM GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT- GIÁ TRỊ LỚN NHẤT

Câu 49: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$ là

- A. $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$. B. $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.
C. $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4$. D. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

Câu 50: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ x - y \leq 2 \\ 5x + y \geq -4 \end{cases}$ là

- A. $\min F = -3$ khi $x = 1, y = -2$. B. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.
C. $\min F = -2$ khi $x = \frac{4}{3}, y = -\frac{2}{3}$. D. $\min F = 8$ khi $x = -2, y = 6$.

Câu 51: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + 5y \leq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền tứ giác $ABCO$ kẻ cả các cạnh với $A(0; 3)$, $B\left(\frac{25}{8}; \frac{9}{8}\right)$, $C(2; 0)$ và $O(0; 0)$.
B. Đường thẳng $\Delta: x + y = m$ có giao điểm với tứ giác $ABCO$ kẻ cả khi $-1 \leq m \leq \frac{17}{4}$.
C. Giá trị lớn nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là $\frac{17}{4}$.
D. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là 0.

Câu 52: Giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x; y) = x + 2y$ với điều kiện $\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}$ là

- A. 6. B. 8. C. 10. D. 12.

- Câu 53:** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = x - 2y$ với điều kiện $\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$ là
- A. -10. B. 12. C. -8. D. -6.

- Câu 54:** Biểu thức $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện $\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$ tại điểm $S(x; y)$ có tọa độ là
- A. (4;1). B. (3;1). C. (2;1). D. (1;1).

- Câu 55:** Biểu thức $L = y - x$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}$, đạt giá trị lớn nhất là a và đạt giá trị nhỏ nhất là b . Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:
- A. $a = \frac{25}{8}$ và $b = -2$. B. $a = 2$ và $b = -\frac{11}{12}$. C. $a = 3$ và $b = 0$. D. $a = 3$ và $b = -\frac{9}{8}$.

DẠNG 4. ÁP DỤNG BÀI TOÁN THỰC TIỄN

- Câu 56:** Trong một cuộc thi pha chế, hai đội A, B được sử dụng tối đa 24g hương liệu, 9 lít nước và 210g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30g đường, 1 lít nước và 1g hương liệu; pha chế 1 lít nước táo cần 10g đường, 1 lít nước và 4g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Đội A pha chế được a lít nước cam và b lít nước táo và dành được điểm thưởng cao nhất. Hiệu số $a - b$ là
- A. 1. B. 3. C. -1. D. -6.
- Câu 57:** Một hộ nông dân định trồng đậu và cà trên diện tích $800m^2$. Nếu trồng đậu trên diện tích $100m^2$ thì cần 20 công làm và thu được 3000000 đồng. Nếu trồng cà thì trên diện tích $100m^2$ cần 30 công làm và thu được 4000000 đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được nhiều tiền nhất khi tổng số công làm không quá 180 công. Hãy chọn phương án đúng nhất trong các phương án sau:
- A. Trồng $600m^2$ đậu; $200m^2$ cà. B. Trồng $500m^2$ đậu; $300m^2$ cà.
C. Trồng $400m^2$ đậu; $200m^2$ cà. D. Trồng $200m^2$ đậu; $600m^2$ cà.

Câu 58: Một công ty TNHH trong một đợt quảng cáo và bán khuyến mãi hàng hóa (1 sản phẩm mới của công ty) cần thuê xe để chở trên 140 người và trên 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B . Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu, loại B giá 3 triệu. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí vận chuyển là thấp nhất. Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng. Xe B chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng.

A. 4 xe A và 5 xe B . **B.** 5 xe A và 6 xe B .

C. 5 xe A và 4 xe B . **D.** 6 xe A và 4 xe B .

Câu 59: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giá tiền một kg thịt bò là 160 nghìn đồng, 1 kg thịt lợn là 110 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipit trong thức ăn. Tính $x^2 + y^2$

A. $x^2 + y^2 = 1,3$. **B.** $x^2 + y^2 = 2,6$. **C.** $x^2 + y^2 = 1,09$. **D.** $x^2 + y^2 = 0,58$.

Câu 60: Có hai cái giỏ đựng trứng gồm giỏ A và giỏ B , các quả trứng trong mỗi đều có hai loại là trứng lành và trứng hỏng. Tổng số trứng trong hai giỏ là 20 quả và số trứng trong giỏ A nhiều hơn số trứng trong giỏ B . Lấy ngẫu nhiên mỗi giỏ 1 quả trứng, biết xác suất để lấy được hai quả trứng lành là $\frac{55}{84}$. Tìm số trứng lành trong giỏ A .

A. 6.

B. 14.

C. 11.

D. 10.

Câu 61: Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 gam hương liệu, 9 lít nước và 210 gam đường để pha chế nước ngọt loại I và nước ngọt loại II. Để pha chế 1 lít nước ngọt loại I cần 10 gam đường, 1 lít nước và 4 gam hương liệu. Để pha chế 1 lít nước ngọt loại II cần 30 gam đường, 1 lít nước và 1 gam hương liệu. Mỗi lít nước ngọt loại I được 80 điểm thưởng, mỗi lít nước ngọt loại II được 60 điểm thưởng. Hỏi số điểm thưởng cao nhất có thể của mỗi đội trong cuộc thi là bao nhiêu?

A. 540.

B. 600.

C. 640.

D. 720.

Câu 62: Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Chiến và Bình. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II . Mỗi sản phẩm I bán lãi 500 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 400 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Chiến phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Chiến phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá 180 giờ và Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là.

A. 32 triệu đồng.

B. 35 triệu đồng.

C. 14 triệu đồng.

D. 30 triệu đồng.

Câu 63: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giá tiền một kg thịt bò là 160 nghìn đồng, một kg thịt lợn là 110 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua. Tìm x, y để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipit trong thức ăn?

A. $x = 0,3$ và $y = 1,1$. **B.** $x = 0,3$ và $y = 0,7$. **C.** $x = 0,6$ và $y = 0,7$. **D.** $x = 1,6$ và $y = 0,2$.

CHƯƠNG



BẤT PHƯƠNG TRÌNH

HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. TÌM NGHIỆM BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 1: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ **không được gọi là miền nghiệm của nó.**

B. Biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình $2x - 3y + 1 < 0$ trên hệ trục Oxy là đường thẳng $2x - 3y + 1 = 0$.

C. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ **được gọi là miền nghiệm của nó.**

D. Nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ là tập rỗng.

Lời giải

Chọn C

Câu 2: Miền nghiệm của bất phương trình $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x)$ là nửa mặt phẳng không chứa điểm nào trong các điểm sau?

A. $(0; 0)$.

B. $(1; 1)$.

C. $(4; 2)$.

D. $(1; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x) \Leftrightarrow -x + 2 + 2y - 4 < 2 - 2x \Leftrightarrow x + 2y < 4$.

Để thấy tại điểm $(4; 2)$ ta có: $4 + 2 \cdot 2 = 8 > 4$.

Câu 3: Miền nghiệm của bất phương trình $3(x - 1) + 4(y - 2) < 5x - 3$ là nửa mặt phẳng chứa điểm nào trong các điểm sau?

A. $(0; 0)$.

B. $(-4; 2)$.

C. $(-2; 2)$.

D. $(-5; 3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $3(x - 1) + 4(y - 2) < 5x - 3 \Leftrightarrow 3x - 3 + 4y - 8 < 5x - 3 \Leftrightarrow 2x - 4y + 8 > 0$

$\Leftrightarrow x - 2y + 4 > 0$

Để thấy tại điểm $(0; 0)$ ta có: $0 - 2 \cdot 0 + 4 = 4 > 0$.

Câu 4: Miền nghiệm của bất phương trình $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm nào trong các điểm sau?

- A. $(-3; -4)$. B. $(-2; -5)$. C. $(-1; -6)$. D. $(0; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x) \Leftrightarrow x + 3 + 4y + 10 < 2 - 2x \Leftrightarrow 3x + 4y + 8 < 0$.

Để thấy tại điểm $(0; 0)$ ta có: $3.0 + 4.0 + 8 > 0$.

Câu 5: Miền nghiệm của bất phương trình $4(x - 1) + 5(y - 3) > 2x - 9$ là nửa mặt phẳng chứa điểm nào trong các điểm sau?

- A. $(0; 0)$. B. $(1; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(2; 5)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $4(x - 1) + 5(y - 3) > 2x - 9 \Leftrightarrow 4x - 4 + 5y - 15 > 2x - 9 \Leftrightarrow 2x + 5y - 10 > 0$.

Để thấy tại điểm $(2; 5)$ ta có: $2.2 + 5.5 - 10 > 0$.

Câu 6: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2(y + 3) > 4(x + 1) - y + 3$ là phần mặt phẳng chứa điểm nào trong các điểm sau?

- A. $(3; 0)$. B. $(3; 1)$. C. $(1; 1)$. D. $(0; 0)$.

Lời giải

Chọn C.

Nhận xét: chỉ có cặp số $(1; 1)$ thỏa bất phương trình.

Câu 7: Miền nghiệm của bất phương trình $5(x + 2) - 9 < 2x - 2y + 7$ là phần mặt phẳng **không** chứa điểm nào trong các điểm sau?

- A. $(-2; 1)$. B. $(2; 3)$. C. $(2; -1)$. D. $(0; 0)$.

Lời giải

Chọn C.

Nhận xét: chỉ có cặp số $(2; 3)$ không thỏa bất phương trình.

Câu 8: Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $2x + y < 1$?

- A. $(-2; 1)$. B. $(3; -7)$. C. $(0; 1)$. D. $(0; 0)$.

Lời giải

Chọn C.

Nhận xét: chỉ có cặp số $(0; 1)$ không thỏa bất phương trình.

Câu 9: Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $x - 4y + 5 \geq 0$?

- A. $(-5; 0)$. B. $(-2; 1)$. C. $(1; -3)$. D. $(0; 0)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta thay cặp số $(-2; 1)$ vào bất phương trình $x - 4y + 5 \geq 0$ được $-2 - 4 + 5 \geq 0$ do đó cặp số $(-2; 1)$ không là nghiệm của bất phương trình $x - 4y + 5 \geq 0$.

Câu 10: Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $2x - 5y + 3z \leq 0$. B. $3x^2 + 2x - 4 > 0$. C. $2x^2 + 5y > 3$. **D. $2x + 3y < 5$.**

Lời giải

Chọn D

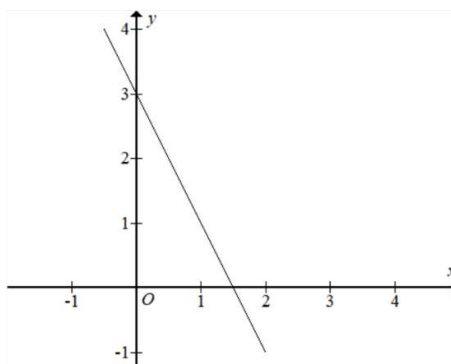
Theo định nghĩa bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Câu 11: Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x + y - 3 > 0$?

- A. $Q(-1; -3)$. **B. $M\left(1; \frac{3}{2}\right)$.** C. $N(1; 1)$. D. $P\left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B



Tập hợp các điểm biểu diễn nghiệm của bất phương trình $2x + y - 3 > 0$ là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng $2x + y - 3 = 0$ và không chứa gốc tọa độ.

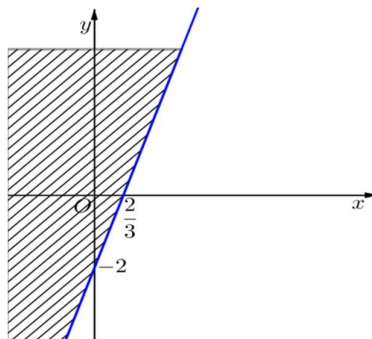
Từ đó ta có điểm $M\left(1; \frac{3}{2}\right)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x + y - 3 > 0$.

Câu 12: Miền nghiệm của bất phương trình $-3x + y + 2 \leq 0$ không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 2)$.** B. $B(2; 1)$. C. $C\left(1; \frac{1}{2}\right)$. D. $D(3; 1)$.

Lời giải

Chọn A



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): -3x + y + 2 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình.

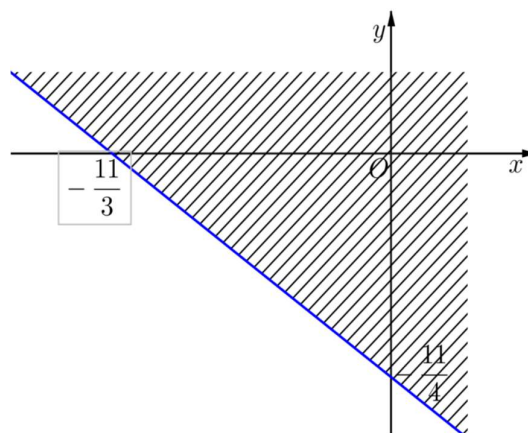
Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ (d) không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 13: Miền nghiệm của bất phương trình $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x)$ không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(-1; -2)$. B. $B\left(-\frac{1}{11}; -\frac{2}{11}\right)$. C. $C(0; -3)$. D. $D(-4; 0)$.

Lời giải

Chọn B



Đầu tiên, thu gọn bất phương trình đề bài đã cho về thành $3x + 4y + 11 < 0$.

Ta vẽ đường thẳng $(d): 3x + 4y + 11 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình.

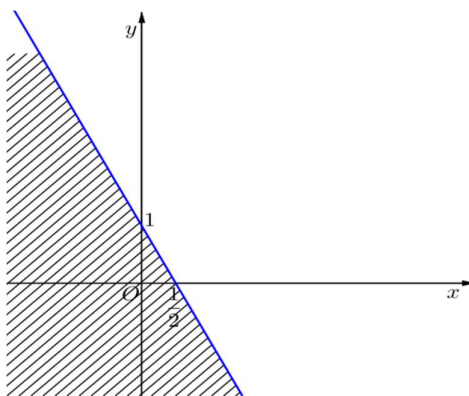
Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 14: Miền nghiệm của bất phương trình $2x + y > 1$ không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 1)$. B. $B(2; 2)$. C. $C(3; 3)$. D. $D(-1; -1)$.

Lời giải

Chọn D



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 2x + y = 1$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

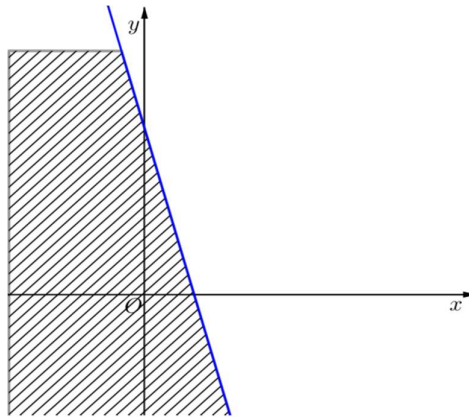
Vậy miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 15: Miền nghiệm của bất phương trình $(1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y \geq 2$ chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; -1)$. B. $B(-1; -1)$. C. $C(-1; 1)$. D. $D(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$.

Lời giải

Chọn A



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): (1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y = 2$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ (d) không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 16: Miền nghiệm của bất phương trình $x - 2 + 2(y - 1) > 2x + 4$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 1)$.

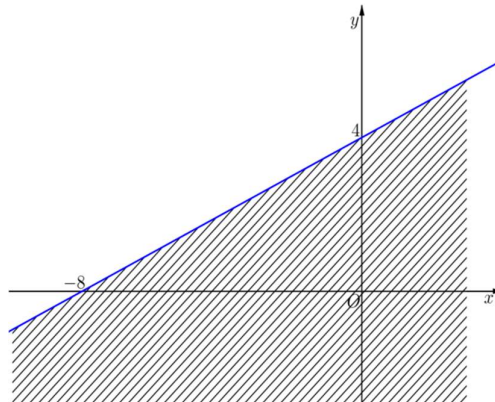
B. $B(1; 5)$.

C. $C(4; 3)$.

D. $D(0; 4)$.

Lời giải

Chọn B



Đầu tiên ta thu gọn bất phương trình đã cho về thành $-x + 2y - 8 > 0$.

Vẽ đường thẳng $(d): -x + 2y - 8 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 17: Miền nghiệm của bất phương trình $2x - \sqrt{2}y + \sqrt{2} - 2 \leq 0$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 1)$.

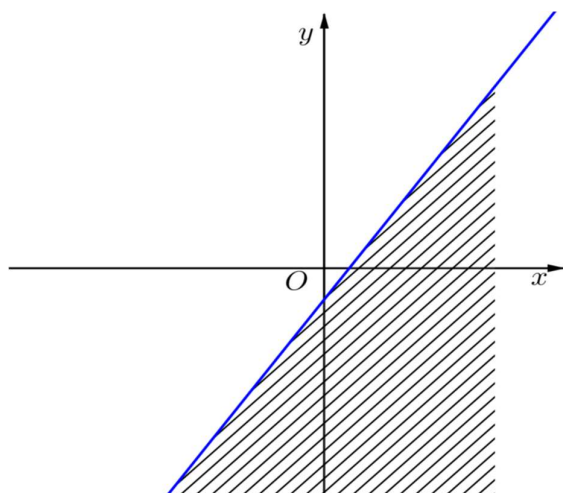
B. $B(1; 0)$.

C. $C(\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

D. $D(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$.

Lời giải

Chọn A



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 2x - \sqrt{2}y + \sqrt{2} - 2 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng bờ (d) chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 18: Cho bất phương trình $2x + 4y < 5$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.** $(1; 1) \in S$. **B.** $(1; 10) \in S$. **C.** $(1; -1) \in S$. **D.** $(1; 5) \in S$.

Lời giải

Chọn C.

Ta thấy $(1; -1)$ thỏa mãn hệ phương trình do đó $(1; -1)$ là một cặp nghiệm của hệ phương trình.

Câu 19: Cho bất phương trình $x - 2y + 5 > 0$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

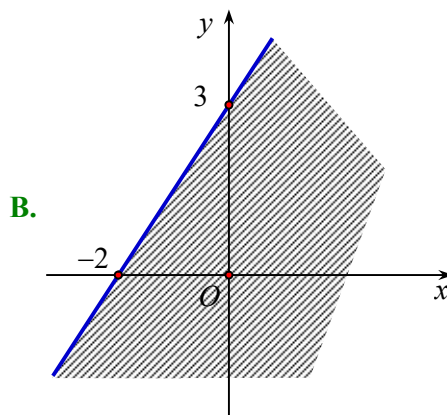
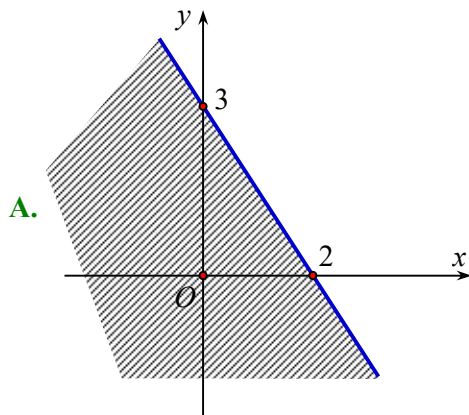
- A.** $(2; 2) \in S$. **B.** $(1; 3) \in S$. **C.** $(-2; 2) \in S$. **D.** $(-2; 4) \in S$.

Lời giải

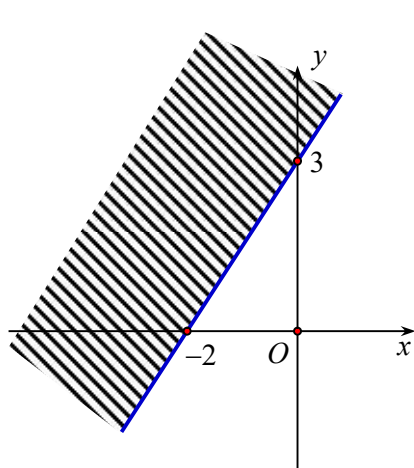
Chọn A

Ta thấy $(2; 2) \in S$ vì $2 - 2 \cdot 2 + 5 > 0$.

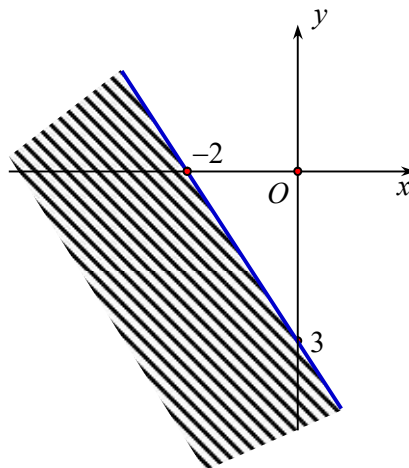
Câu 20: Miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y > -6$ là



C.



D.

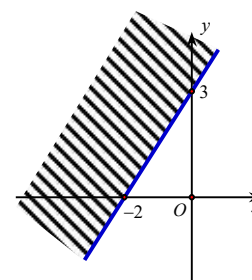


Lời giải

Chọn C

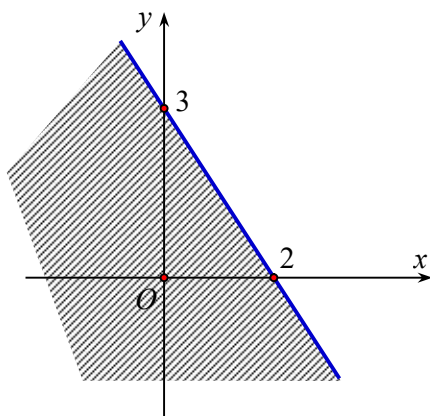
Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x - 2y = -6$.

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng bờ (d) chứa điểm $(0; 0)$.

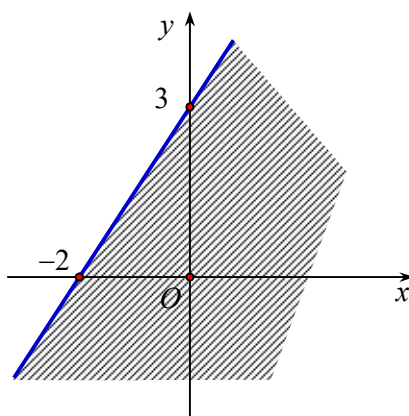


Câu 21: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > 6$ là

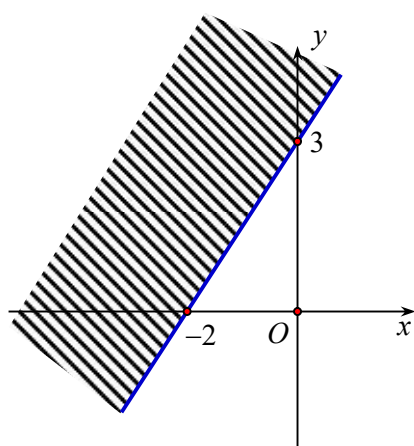
A.



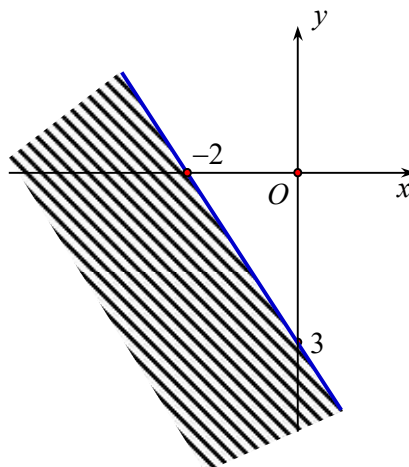
B.



C.

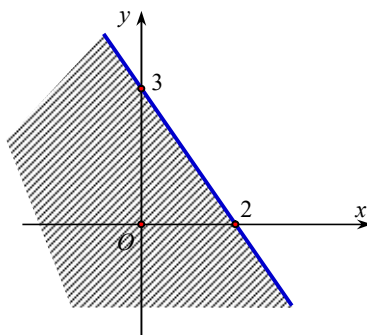


D.



Lời giải

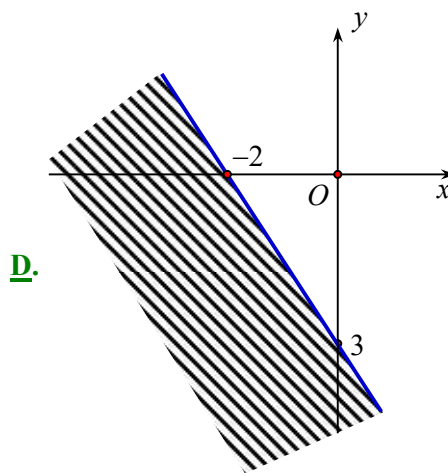
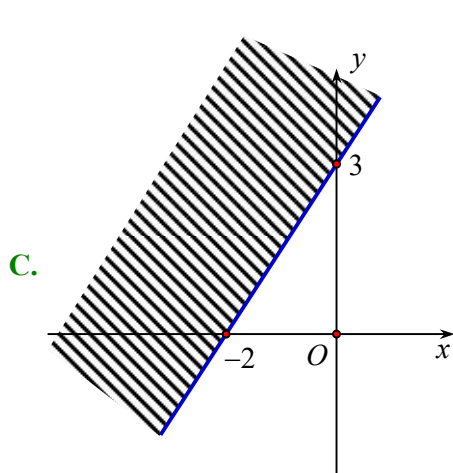
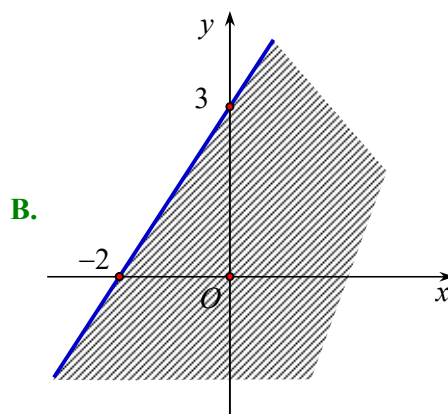
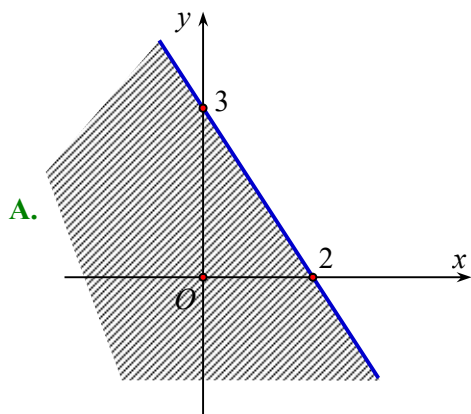
Chọn A



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x + 2y = 6$.

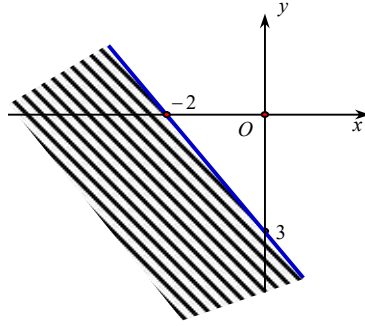
Ta thấy $(0; 0)$ không phải là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 22: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > -6$ là



Lời giải

Chọn D



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x + 2y = -6$.

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 23: Cho bất phương trình $-2x + \sqrt{3}y + \sqrt{2} \leq 0$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(1; 1) \in S$. B. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right) \in S$. C. $(1; -2) \notin S$. D. $(1; 0) \notin S$.

Lời giải

Chọn B.

Ta thấy $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right) \in S$ vì $-2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3} \cdot 0 + \sqrt{2} = 0$.

Câu 24: Cặp số $(x; y) = (2; 3)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A. $4x > 3y$. B. $x - 3y + 7 < 0$. C. $2x - 3y - 1 > 0$. D. $x - y < 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2 - 3 = -1 < 0$ nên **Chọn D**

Câu 25: Cặp số $(x_0; y_0)$ nào là nghiệm của bất phương trình $3x - 3y \geq 4$.

- A. $(x_0; y_0) = (-2; 2)$. B. $(x_0; y_0) = (5; 1)$. C. $(x_0; y_0) = (-4; 0)$. D. $(x_0; y_0) = (2; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Thế các cặp số $(x_0; y_0)$ vào bất phương trình:

$$(x_0; y_0) = (-2; 2) \Rightarrow 3x - 3y \geq 4 \Leftrightarrow 3(-2) - 3 \cdot 2 \geq 4$$

$$(x_0; y_0) = (5; 1) \Rightarrow 3x - 3y \geq 4 \Leftrightarrow 3 \cdot 5 - 3 \cdot 1 \geq 4$$

$$(x_0; y_0) = (-4; 0) \Rightarrow 3x - 3y \geq 4 \Leftrightarrow 3 \cdot (-4) - 3 \cdot 0 \geq 4$$

$$(x_0; y_0) = (2; 1) \Rightarrow 3x - 3y \geq 4 \Leftrightarrow 3 \cdot 2 - 3 \cdot 1 \geq 4$$

DẠNG 2. TÌM MIỀN NGHIỆM CỦA HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

- Câu 26:** Trong các cặp số sau, cặp nào **không** là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$ là
- A. $(0;0)$. B. $(1;1)$. C. $(-1;1)$. D. $(-1;-1)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta thay cặp số $(-1;1)$ vào hệ ta thấy không thỏa mãn.

- Câu 27:** Câu nào sau đây đúng?.

Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \geq 0 \\ 2(x-1) + \frac{3y}{2} \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm

- A. $(2;1)$. B. $(0;0)$. C. $(1;1)$. D. $(3;4)$.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét: chỉ có điểm $(2;1)$ thỏa mãn hệ.

- Câu 28:** Điểm nào sau đây **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 < 0 \end{cases}$?
- A. $(-1;4)$. B. $(-2;4)$. C. $(0;0)$. D. $(-3;4)$.

Lời giải

Chọn C.

Nhận xét: chỉ có điểm $(0;0)$ không thỏa mãn hệ.

- Câu 29:** Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$
- A. $(0;0)$. B. $(1;0)$. C. $(0;-2)$. D. $(0;2)$.

Lời giải

Chọn C.

Nhận xét: chỉ có điểm $(0;-2)$ thỏa mãn hệ.

- Câu 30:** Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y > 0 \\ x - 3y + 3 < 0 \\ x + y - 5 > 0 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm

- A. $(5;3)$. B. $(0;0)$. C. $(1;-1)$. D. $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét: chỉ có điểm $(5;3)$ thỏa mãn hệ.

Câu 31: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 6 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm

- A.** $(0;0)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;1)$. **D.** $(8;4)$.

Lời giải

Chọn D.

Nhận xét: chỉ có cặp số $(8;4)$ thỏa bất phương trình $3x + y \geq 9$.

Câu 32: Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x + y > 0 \\ 2x + 5y < 0 \end{cases}$$
 có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.** $(1;1) \in S$. **B.** $(-1;-1) \in S$. **C.** $\left(1; -\frac{1}{2}\right) \in S$. **D.** $\left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right) \in S$.

Lời giải

Chọn C

Thử đáp án, chỉ có $x = 1; y = -\frac{1}{2}$ thỏa mãn hệ bất phương trình $\Rightarrow$ **chọn C**

Câu 33: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + y \geq 6 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 4 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm:

- A.** $(2;1)$. **B.** $(6;4)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn A

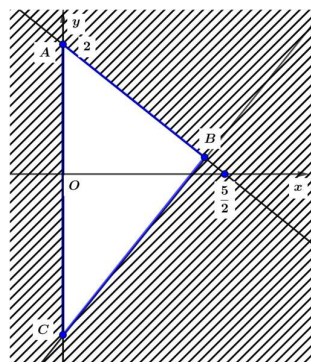
Nhận xét: Miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền mặt phẳng chứa tất cả các điểm có tọa độ thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ.

Thế $x = 6; y = 4$ vào từng bất phương trình trong hệ, ta lần lượt có các mệnh đề đúng: $22 \geq 6; 6 \geq 1; 8 \geq 2; 4 \leq 4$. Vậy ta chọn đáp án **B**.

Đáp án A có tọa độ không thỏa bất phương trình thứ 3.

Đáp án C, D có tọa độ không thỏa bất phương trình thứ 1 và 3.

Câu 34: Miền tam giác ABC kẻ cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình dưới đây?



A. $\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x - 4y \geq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 5y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Cạnh AC có phương trình $x = 0$ và cạnh AC nằm trong miền nghiệm nên $x \geq 0$ là một bất phương trình của hệ.

Cạnh AB qua hai điểm $\left(\frac{5}{2}; 0\right)$ và $(0; 2)$ nên có phương trình: $\frac{x}{\frac{5}{2}} + \frac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow 4x + 5y = 10$.

Vậy hệ bất phương trình cần tìm là $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$

Câu 35: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x > 0 \\ x + \sqrt{3}y + 1 \leq 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1; -1) \in S$.

B. $(1; -\sqrt{3}) \in S$.

C. $(-1; \sqrt{5}) \notin S$.

D. $(-4; \sqrt{3}) \in S$.

Lời giải

Chọn C.

Ta thấy $(-1; \sqrt{5}) \notin S$ vì $-1 < 0$.

Câu 36: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x > 0 \\ x + \sqrt{3}y + 1 > 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(-1; 2) \in S$.

B. $(\sqrt{2}; 0) \notin S$.

C. $(1; -\sqrt{3}) \in S$.

D. $(\sqrt{3}; 0) \in S$.

Lời giải

Chọn D.

Ta thấy $(\sqrt{3}; 0) \in S$ vì $\begin{cases} \sqrt{3} > 0 \\ \sqrt{3} + \sqrt{3}.0 + 1 > 0 \end{cases}$.

Câu 37: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y > 3 \\ 1 - \frac{1}{2}x + y > 0 \end{cases}$ có tập nghiệm S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1; -2) \in S$.

B. $(2; 1) \in S$.

C. $(5; -6) \in S$.

D. $S = \emptyset$.

Lời giải

Chọn D

Vì không có điểm nào thỏa hệ bất phương trình.

Câu 38: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - \frac{3}{2}y \geq 1 \\ 4x - 3y \leq 2 \end{cases}$ có tập nghiệm S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $\left(-\frac{1}{4}; -1\right) \notin S$.

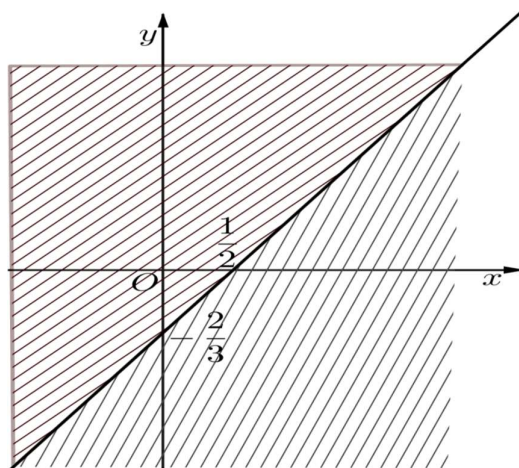
B. $S = \{(x; y) | 4x - 3y = 2\}$.

C. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ và kẻ cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

D. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ và kẻ cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

Lời giải

Chọn B



Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$(d_1): 2x - \frac{3}{2}y = 1$

$(d_2): 4x - 3y = 2$

Thử trực tiếp ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của phương trình nhưng không phải là nghiệm của phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, tập hợp nghiệm của bất phương trình chính là các điểm thuộc đường thẳng $(d): 4x - 3y = 2$.

Câu 39: Cho hệ $\begin{cases} 2x + 3y < 5 & (1) \\ x + \frac{3}{2}y < 5 & (2) \end{cases}$. Gọi S_1 là tập nghiệm của bất phương trình, S_2 là tập nghiệm của bất phương trình và S là tập nghiệm của hệ thì

A. $S_1 \subset S_2$.

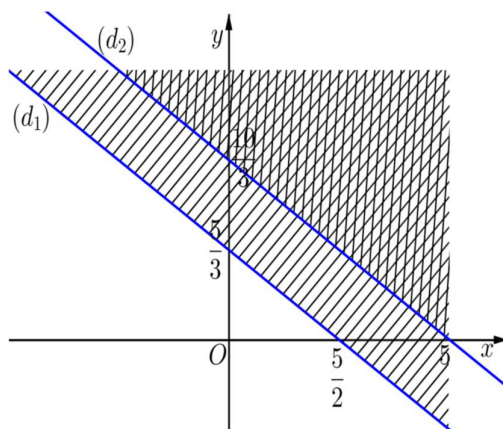
B. $S_2 \subset S_1$.

C. $S_2 = S$.

D. $S_1 \neq S$.

Lời giải

Chọn B



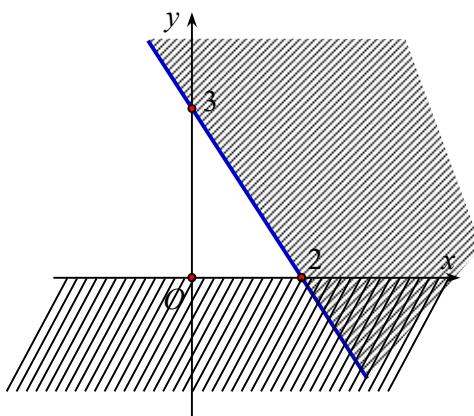
Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$$(d_1): 2x + 3y = 5$$

$$(d_2): x + \frac{3}{2}y = 5$$

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của cả hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa gốc tọa độ thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Say khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 40: Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?



A. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị gồm hai đường thẳng $(d_1): y = 0$ và đường thẳng $(d_2): 3x + 2y = 6$.

Miền nghiệm gồm phần y nhận giá trị dương.

Lại có $(0; 0)$ thỏa mãn bất phương trình $3x + 2y < 6$.

Câu 41: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \\ y - x < 3 \end{cases}$$
 chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 0)$. B. $B(-2; 3)$. C. $C(0; -1)$. D. $D(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): x - 2y = 0$$

$$(d_2): x + 3y = -2$$

$$(d_3): y - x = 3$$

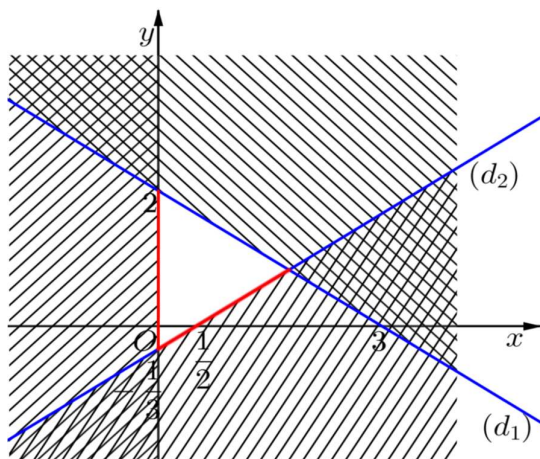
Ta thấy $(0; 1)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(0; 1)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 42: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3y - 6 < 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}$$
 chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 2)$. B. $B(0; 2)$. C. $C(-1; 3)$. D. $D\left(0; -\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn D



Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): 2x + 3y - 6 = 0$$

$$(d_2): x = 0$$

$$(d_3): 2x - 3y - 1 = 0$$

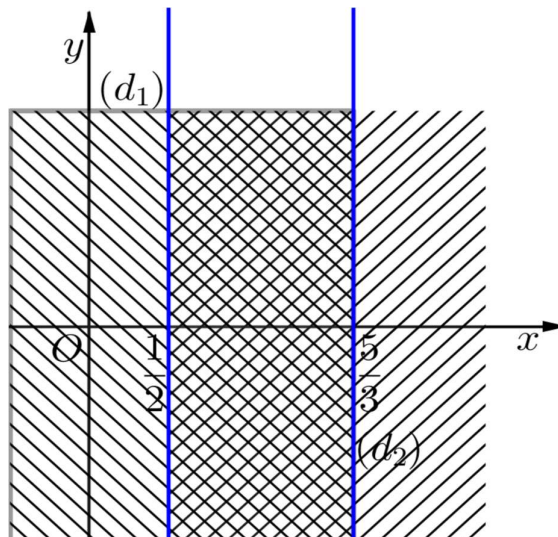
Ta thấy $(1; 1)$ là nghiệm của các ba bất phương trình. Điều này có nghĩa là điểm $(1; 1)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 43: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x-1 \leq 0 \\ -3x+5 \leq 0 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

- A.** Không có. **B.** $B\left(\frac{5}{3}; 2\right)$. **C.** $C(-3; 1)$. **D.** $D\left(\frac{1}{2}; 10\right)$.

Lời giải

Chọn A



Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$(d_1): 2x - 1 = 0$

$(d_2): -3x + 5 = 0$

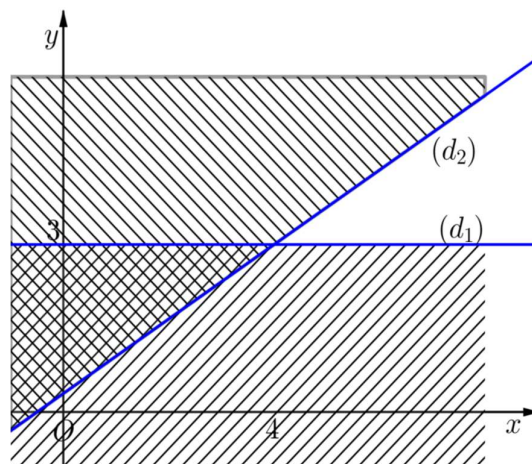
Ta thấy $(1; 0)$ là không nghiệm của cả hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(1; 0)$ không thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Vậy không có điểm nằm trên mặt phẳng tọa độ thỏa mãn hệ bất phương trình.

Câu 44: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3 - y < 0 \\ 2x - 3y + 1 > 0 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

- A.** $A(3; 4)$. **B.** $B(4; 3)$. **C.** $C(7; 4)$. **D.** $D(4; 4)$.

Lời giải

Chọn C



Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$$(d_1): 3 - y = 0$$

$$(d_2): 2x - 3y + 1 = 0$$

Ta thấy $(6; 4)$ là nghiệm của hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(6; 4)$ thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 45: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \end{cases}$ không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(-1; 0)$.

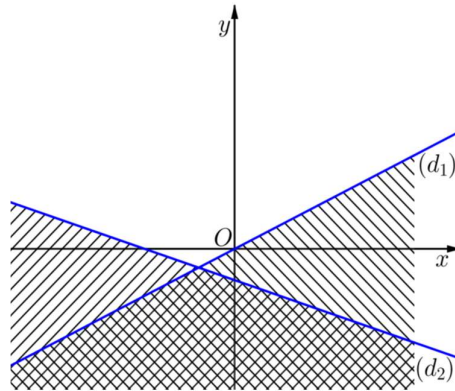
B. $B(1; 0)$.

C. $C(-3; 4)$.

D. $D(0; 3)$.

Lời giải

Chọn B



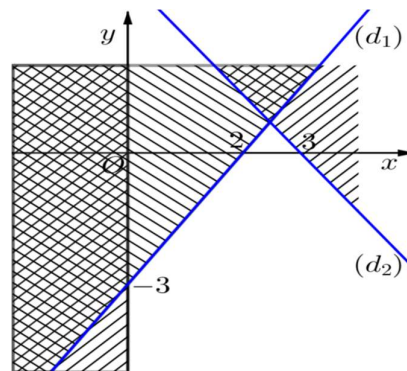
Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$$(d_1): x - 2y = 0$$

$$(d_2): x + 3y = -2$$

Ta thấy $(0; 1)$ là nghiệm của hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(0; 1)$ thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Sau khi gạch bỏ phần không thích hợp, phần không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 46: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x - 2y - 6 \geq 0 \\ 2(x - 1) + \frac{3y}{2} \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$ không chứa điểm nào sau đây?



A. $A(2; -2)$.

B. $B(3; 0)$.

C. $C(1; -1)$.

D. $D(2; -3)$.

Lời giải

Chọn C

Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): 3x - 2y - 6 = 0$$

$$(d_2): 4x + 3y - 12 = 0$$

$$(d_3): x = 0$$

Ta thấy $(2; -1)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(2; -1)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 47: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y > 0 \\ x - 3y \leq -3 \\ x + y > 5 \end{cases}$ không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(3; 2)$.

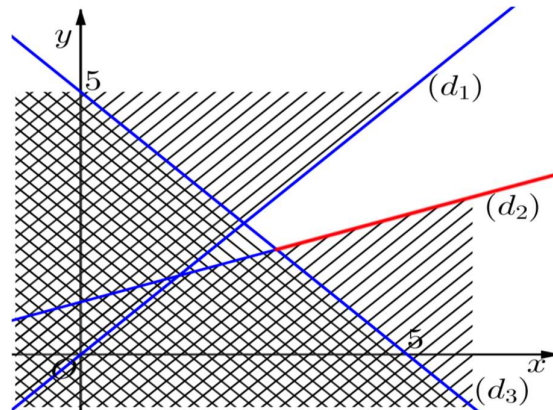
B. $B(6; 3)$.

C. $C(6; 4)$.

D. $D(5; 4)$.

Lời giải

Chọn A



Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

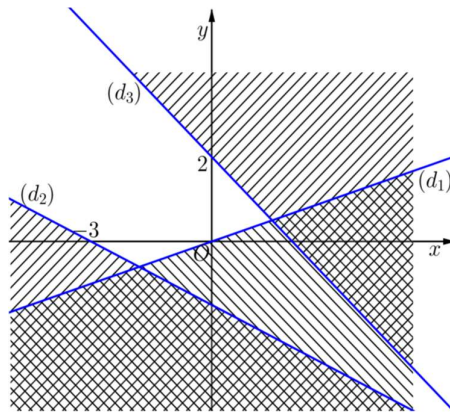
$$(d_1): x - y = 0$$

$$(d_2): x - 3y = -3$$

$$(d_3): x + y = 5$$

Ta thấy $(5; 3)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(5; 3)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 48: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 3y < 0 \\ x + 2y > -3 \\ y + x < 2 \end{cases}$ không chứa điểm nào sau đây?



A. $A(0; 1)$.

B. $B(-1; 1)$.

C. $C(-3; 0)$.

D. $D(-3; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): x - 3y = 0$$

$$(d_2): x + 2y = -3$$

$$(d_3): x + y = 2$$

Ta thấy $(-1; 0)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(-1; 0)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

DẠNG 3. TÌM GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT- GIÁ TRỊ LỚN NHẤT

Câu 49: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$
 là

A. $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

B. $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.

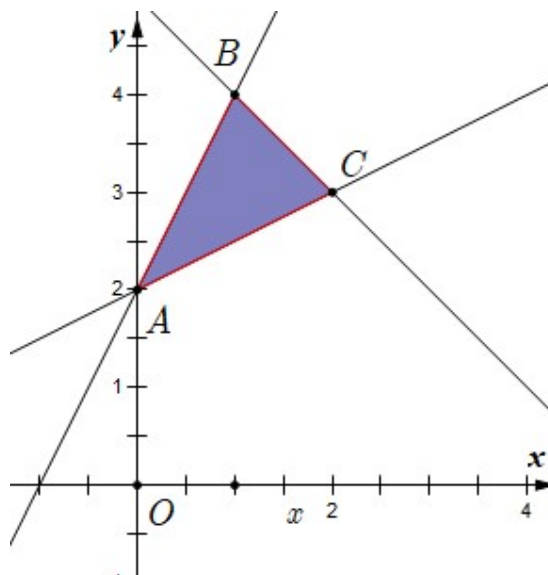
C. $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4$.

D. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

Lời giải

Chọn A

Miền nghiệm của hệ
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$
 là miền trong của tam giác ABC kể cả biên



Ta thấy $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C .

Tại $A(0; 2)$ thì $F = 2$.

Tại $B(1; 4)$ thì $F = 3$

Tại $C(2; 3)$ thì $F = 1$.

Vậy $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

Câu 50: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ x - y \leq 2 \\ 5x + y \geq -4 \end{cases}$ là

A. $\min F = -3$ khi $x = 1, y = -2$.

B. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

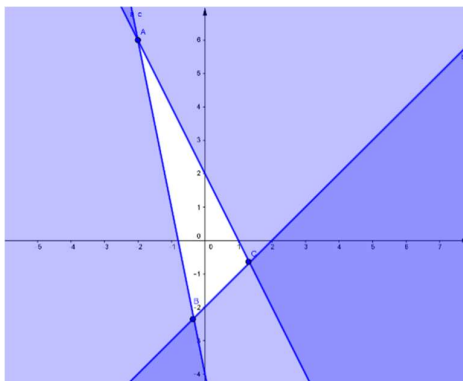
C. $\min F = -2$ khi $x = \frac{4}{3}, y = -\frac{2}{3}$.

D. $\min F = 8$ khi $x = -2, y = 6$.

Lời giải

Chọn C

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ x - y \leq 2 \\ 5x + y \geq -4 \end{cases}$ trên hệ trục tọa độ như dưới đây:



Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ chỉ đạt được tại các điểm

$$A(-2;6), C\left(\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right), B\left(\frac{-1}{3}; \frac{-7}{3}\right).$$

Ta có: $F(A) = 8; F(B) = -2; F(C) = -2$.

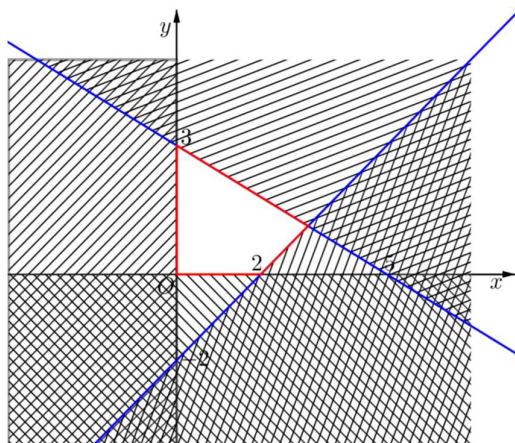
Vậy $\min F = -2$ khi $x = \frac{4}{3}, y = -\frac{2}{3}$.

Câu 51: Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + 5y \leq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A.** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền tứ giác $ABCO$ kể cả các cạnh với $A(0;3)$, $B\left(\frac{25}{8}; \frac{9}{8}\right)$, $C(2;0)$ và $O(0;0)$.
- B.** Đường thẳng $\Delta: x + y = m$ có giao điểm với tứ giác $ABCO$ kể cả khi $-1 \leq m \leq \frac{17}{4}$.
- C.** Giá trị lớn nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là $\frac{17}{4}$.
- D.** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là 0.

Lời giải

Chọn B



Trước hết, ta vẽ bốn đường thẳng:

$$(d_1): x - y = 2$$

$$(d_2): 3x + 5y = 15$$

$$(d_3): x = 0$$

$$(d_4): y = 0$$

Miền nghiệm là phần không bị gạch, kể cả biên.

- Câu 52:** Giá trị lớn nhất của biết thức $F(x; y) = x + 2y$ với điều kiện $\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}$ là
- A. 6. B. 8. C. 10. D. 12.

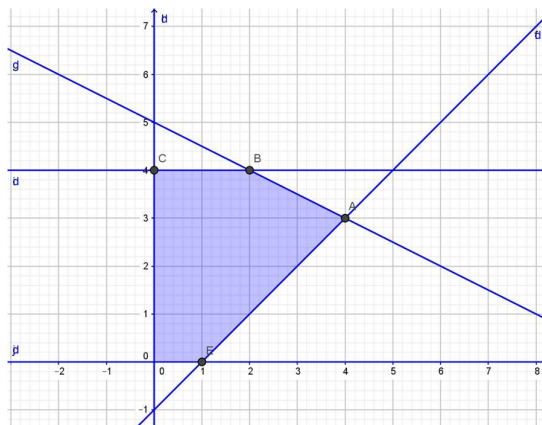
Lời giải

Chọn C

Vẽ đường thẳng $d_1 : x - y - 1 = 0$, đường thẳng d_1 qua hai điểm $(0; -1)$ và $(1; 0)$.

Vẽ đường thẳng $d_2 : x + 2y - 10 = 0$, đường thẳng d_2 qua hai điểm $(0; 5)$ và $(2; 4)$.

Vẽ đường thẳng $d_3 : y = 4$.



Miền nghiệm là ngũ giác $ABCOE$ với $A(4; 3), B(2; 4), C(0; 4), E(1; 0)$.

Ta có: $F(4; 3) = 10$, $F(2; 4) = 10$, $F(0; 4) = 8$, $F(1; 0) = 1$, $F(0; 0) = 0$.

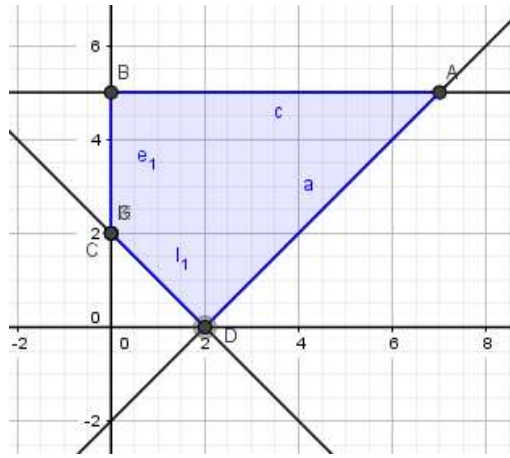
Vậy giá trị lớn nhất của biết thức $F(x; y) = x + 2y$ bằng 10.

- Câu 53:** Giá trị nhỏ nhất của biết thức $F(x; y) = x - 2y$ với điều kiện $\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$ là
- A. -10. B. 12. C. -8. D. -6.

Lời giải

Chọn A

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$ trên hệ trục tọa độ như dưới đây:.



Nhận thấy biết thức $F = y - x$ chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm A, B, C hoặc D .

Ta có: $F(A) = 7 - 2 \times 5 = -3; F(B) = -2 \times 5 = -10$.

$F(C) = -2 \times 2 = -4, F(D) = 2 - 2 \times 0 = 2$.

Vậy $\min F = -10$ khi $x = 0, y = 5$.

Câu 54: Biểu thức $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện $\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$ tại điểm $S(x, y)$ có tọa độ

là

A. (4;1).

B. (3;1).

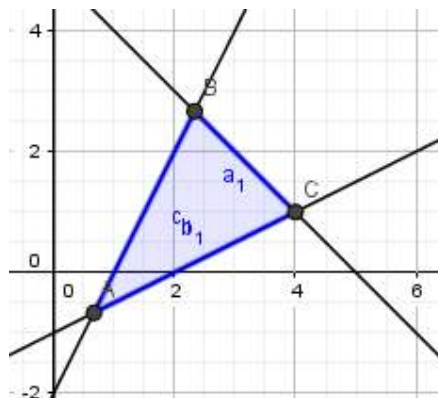
C. (2;1).

D. (1;1).

Lời giải

Chọn A

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$ trên hệ trục tọa độ như dưới đây:



Nhận thấy biết thức $F = y - x$ chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm A, B hoặc C .

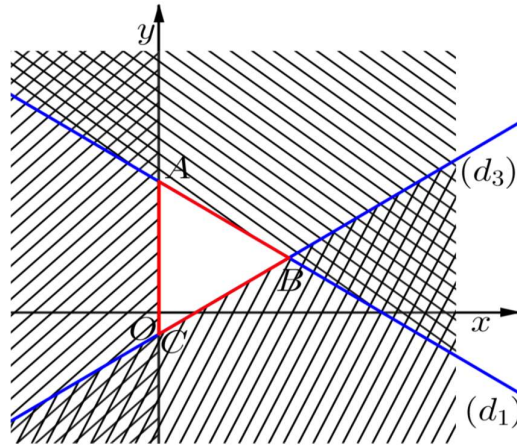
Chỉ $C(4;1)$ có tọa độ nguyên nên thỏa mãn.

Vậy $\min F = -3$ khi $x = 4, y = 1$.

- Câu 55:** Biểu thức $L = y - x$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}$, đạt giá trị lớn nhất là a và đạt giá trị nhỏ nhất là b . Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:
- A.** $a = \frac{25}{8}$ và $b = -2$. **B.** $a = 2$ và $b = -\frac{11}{12}$. **C.** $a = 3$ và $b = 0$. **D.** $a = 3$ và $b = \frac{-9}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): 2x + 3y - 6 = 0$$

$$(d_2): x = 0$$

$$(d_3): 2x - 3y - 1 = 0$$

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa gốc tọa độ thuộc cả ba miền nghiệm của cả ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Miền nghiệm là hình tam giác ABC , với $A(0; 2)$, $B\left(\frac{7}{4}; \frac{5}{6}\right)$, $C\left(0; -\frac{1}{3}\right)$.

$$\text{Vậy ta có } a = 2 - 0 = 2, b = \frac{5}{6} - \frac{7}{4} = -\frac{11}{12}.$$

DẠNG 4. ÁP DỤNG BÀI TOÁN THỰC TIỄN

- Câu 56:** Trong một cuộc thi pha chế, hai đội A, B được sử dụng tối đa 24g hương liệu, 9 lít nước và 210g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30g đường, 1 lít nước và 1g hương liệu; pha chế 1 lít nước táo cần 10g đường, 1 lít nước và 4g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Đội A pha chế được a lít nước cam và b lít nước táo và dành được điểm thưởng cao nhất. Hiệu số $a - b$ là
- A.** 1. **B.** 3. **C.** -1. **D.** -6.

Lời giải

Chọn C

Gọi x, y lần lượt là số lít nước cam và nước táo mà mỗi đội cần pha chế ($x \geq 0; y \geq 0$).

Để pha chế x lít nước cam cần $30x$ g đường, x lít nước và x g hương liệu.

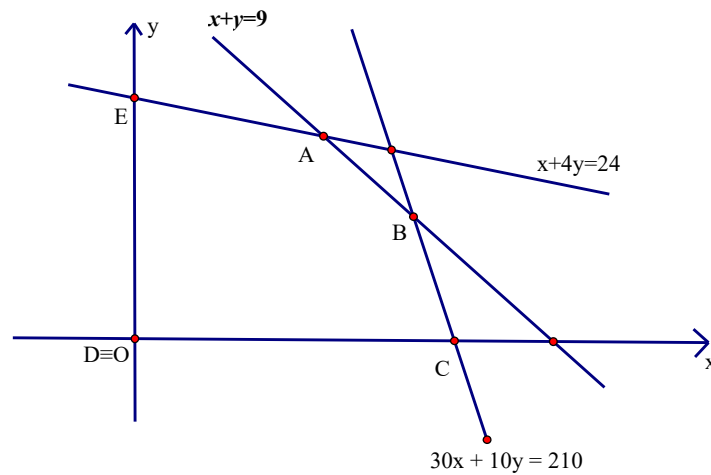
Để pha chế y lít nước táo cần $10y$ g đường, y lít nước và $4y$ g hương liệu.

Theo bài ra ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 30x + 10y \leq 210 \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Số điểm đạt được khi pha x lít nước cam và y lít nước táo là $M(x, y) = 60x + 80y$. Bài toán trở thành tìm x, y để $M(x, y)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta biểu diễn miền nghiệm của hệ (*) trên mặt phẳng tọa độ như sau:



Miền nghiệm là ngũ giác $ABCDE$.

Tọa độ các điểm: $A(4;5)$, $B(6;3)$, $C(7;0)$, $D(0;0)$, $E(0;6)$.

$M(x, y)$ sẽ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất tại các đỉnh của miền nghiệm nên thay tọa độ các điểm vào biểu thức $M(x, y)$ ta được:

$$M(4;5) = 640; M(6;3) = 600, M(7;0) = 420, M(0;0) = 0, M(0;6) = 480.$$

Vậy giá trị lớn nhất của $M(x, y)$ bằng 640 khi $x = 4; y = 5 \Rightarrow a = 4; b = 5 \Rightarrow a - b = -1$.

Câu 57: Một hộ nông dân định trồng đậu và cà trên diện tích $800 m^2$. Nếu trồng đậu trên diện tích $100 m^2$ thì cần 20 công làm và thu được 3000000 đồng. Nếu trồng cà thì trên diện tích $100 m^2$ cần 30 công làm và thu được 4000000 đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được nhiều tiền nhất khi tổng số công làm không quá 180 công. Hãy chọn phương án đúng nhất trong các phương án sau:

A. Trồng $600 m^2$ đậu; $200 m^2$ cà.

B. Trồng $500 m^2$ đậu; $300 m^2$ cà.

C. Trồng $400 m^2$ đậu; $200 m^2$ cà.

D. Trồng $200 m^2$ đậu; $600 m^2$ cà.

Lời giải

Chọn A

Giả sử diện tích trồng đậu là x ; suy ra diện tích trồng cà là $8 - x$

Ta có thu nhập thu được là $S(x) = [3x + 4(8 - x)] \cdot 10000 = 10000(-x + 32)$ đồng.

Tổng số công là $20x + 30(8 - x) = -10x + 240$

Theo giả thiết có $-10x + 240 \leq 180 \Leftrightarrow x \geq 6$

Mà hàm số $S(x)$ là hàm nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = 6$.

Do đó trồng $600m^2$ đậu, $200m^2$ cà.

Câu 58: Một công ty TNHH trong một đợt quảng cáo và bán khuyến mãi hàng hóa (1 sản phẩm mới của công ty) cần thuê xe để chở trên 140 người và trên 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B. Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu, loại B giá 3 triệu. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí vận chuyển là thấp nhất. Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng. Xe B chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng.

A. 4 xe A và 5 xe B. **B.** 5 xe A và 6 xe B.

C. 5 xe A và 4 xe B. **D.** 6 xe A và 4 xe B.

Lời giải

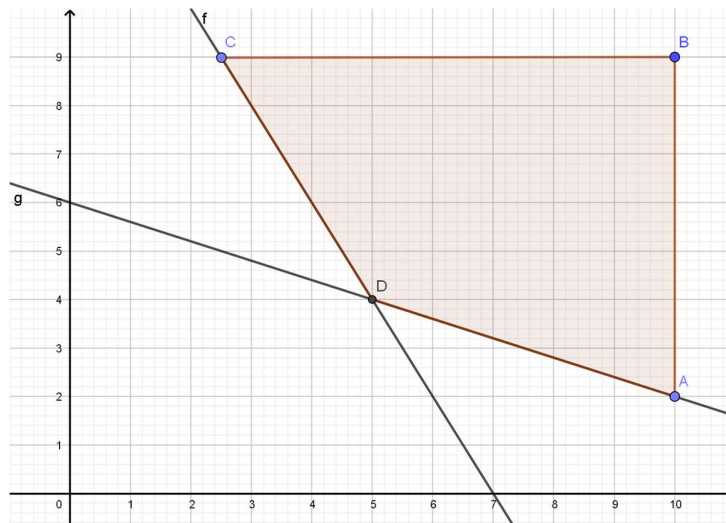
Chọn D

Gọi x là số xe loại A ($0 \leq x \leq 10; x \in \mathbb{N}$), y là số xe loại B ($0 \leq y \leq 9; y \in \mathbb{N}$). Khi đó tổng chi phí thuê xe là $T = 4x + 3y$.

Xe A chở tối đa 20 người, xe B chở tối đa 10 người nên tổng số người 2 xe chở tối đa được là $20x + 10y$.

Xe A chở được 0,6 tấn hàng, xe B chở được 1,5 tấn hàng nên tổng lượng hàng 2 xe chở được là $0,6x + 1,5y$.

$$\text{Theo giả thiết, ta có } \begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 20x + 10y \geq 140 \\ 0,6x + 1,5y \geq 9 \end{cases} (*)$$



Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là tứ giác $ABCD$ kẻ cả miền trong của tứ giác.

Biểu thức $T = 4x + 3y$ đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác $ABCD$.

Tại các đỉnh $A(10;2); B(10;9); C\left(\frac{5}{2};9\right); D(5;4)$, ta thấy T đạt giá trị nhỏ nhất tại $\begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$.

Khi đó $T_{\min} = 32$.

Câu 59: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giá tiền một kg thịt bò là 160 nghìn đồng, 1 kg thịt lợn là 110 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipit trong thức ăn. Tính $x^2 + y^2$

A. $x^2 + y^2 = 1,3$. **B.** $x^2 + y^2 = 2,6$. **C.** $x^2 + y^2 = 1,09$. **D.** $x^2 + y^2 = 0,58$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $0 \leq x \leq 1,6$; $0 \leq y \leq 1,1$

Khi đó số protein có được là $800x + 600y$ và số lipit có được là $200x + 400y$

Vì gia đình đó cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là: $800x + 600y \geq 900$ và $200x + 400y \geq 400$

$$\Leftrightarrow 8x + 6y \geq 9 \text{ và } x + 2y \geq 2$$

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ trên là miền nghiệm

của tứ giác $ABCD$

Chi phí để mua x kg thịt bò và y kg thịt

lợn là $T = 160x + 110y$

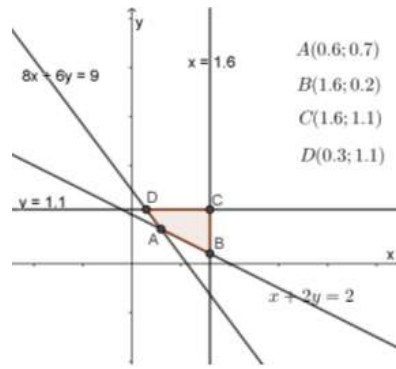
Biết T đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác $ABCD$

Tại A: $T = 160.0,6 + 110.0,7 = 173$

Tại B: $T = 160.1,6 + 110.0,2 = 278$

Tại C: $T = 160.1,6 + 110.1,1 = 377$

Tại D: $T = 160.0,3 + 110.1,1 = 169$



Vậy T đạt GTNN khi $x = 0,3$; $y = 1,1 \Rightarrow x^2 + y^2 = 0,3^2 + 1,1^2 = 1,3$.

Câu 60: Có hai cái giỏ đựng trứng gồm giỏ A và giỏ B, các quả trứng trong mỗi đều có hai loại là trứng lành và trứng hỏng. Tổng số trứng trong hai giỏ là 20 quả và số trứng trong giỏ A nhiều hơn số trứng trong giỏ B. Lấy ngẫu nhiên mỗi giỏ 1 quả trứng, biết xác suất để lấy được hai quả trứng lành là $\frac{55}{84}$. Tìm số trứng lành trong giỏ A.

A. 6.

B. 14.

C. 11.

D. 10.

Lời giải

Chọn C

Gọi a là số trứng lành, b là số trứng hỏng trong giỏ A.

Gọi x là số trứng lành, y là số trứng hỏng trong giỏ B.

Lấy ngẫu nhiên mỗi giỏ 1 quả trứng, xác suất để lấy được hai quả trứng lành:

$$\frac{a}{a+b} \cdot \frac{x}{x+y} = \frac{55}{84}.$$

$$\text{Do đó: } \begin{cases} (a.x):55 \\ (a+b)(x+y):84 \\ a+b+x+y=20 \\ (a+b)(x+y) \leq \left(\frac{a+b+x+y}{2}\right)^2 = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=14 \\ x+y=6 \\ (a.x):55 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=11 \\ x=5 \end{cases}.$$

Suy ra: Giỏ A có 11 quả trứng lành.

Câu 61: Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 gam hương liệu, 9 lít nước và 210 gam đường để pha chế nước ngọt loại I và nước ngọt loại II. Để pha chế 1 lít nước ngọt loại I cần 10 gam đường, 1 lít nước và 4 gam hương liệu. Để pha chế 1 lít nước ngọt loại II cần 30 gam đường, 1 lít nước và 1 gam hương liệu. Mỗi lít nước ngọt loại I được 80 điểm thưởng, mỗi lít nước ngọt loại II được 60 điểm thưởng. Hỏi số điểm thưởng cao nhất có thể của mỗi đội trong cuộc thi là bao nhiêu?

A. 540.

B. 600.

C. 640.

D. 720.

Lời giải

Chọn C

Gọi số lít nước ngọt loại I là x và số lít nước ngọt loại II là y . Khi đó ta có hệ điều kiện về vật

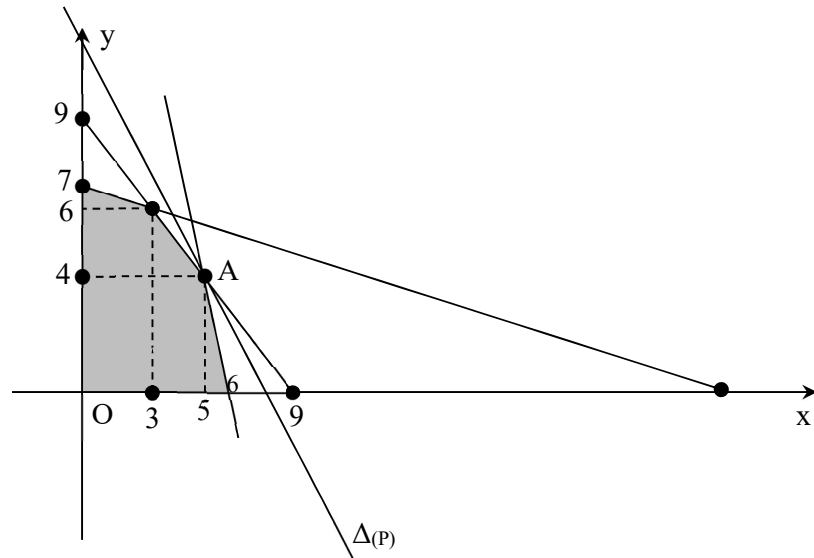
$$\text{liệu ban đầu mà mỗi đội được cung cấp: } \begin{cases} 10x + 30y \leq 210 \\ 4x + y \leq 24 \\ x + y \leq 9 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y \leq 21 \\ 4x + y \leq 24 \\ x + y \leq 9 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

Điểm thưởng đạt được: $P = 80x + 60y$

Bài toán đưa về tìm giá trị lớn nhất của biểu thức P trong miền D được cho bởi hệ điều kiện

Biến đổi biểu thức $P = 80x + 60y \Leftrightarrow 80x + 60y - P = 0$ đây là họ đường thẳng Δ trong hệ tọa độ Oxy

Miền D được xác định trong hình vẽ bên dưới:



Giá trị lớn nhất của P ứng với đường thẳng Δ đi qua điểm $A(5;4)$, suy ra:

$$80.5 + 60.4 - P = 0 \rightarrow P = 640 = P_{\max}.$$

Câu 62: Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Chiến và Bình. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II . Mỗi sản phẩm I bán lãi 500 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 400 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Chiến phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Chiến phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá 180 giờ và Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là.

- A.** 32 triệu đồng. **B.** 35 triệu đồng. **C.** 14 triệu đồng. **D.** 30 triệu đồng.

Lời giải

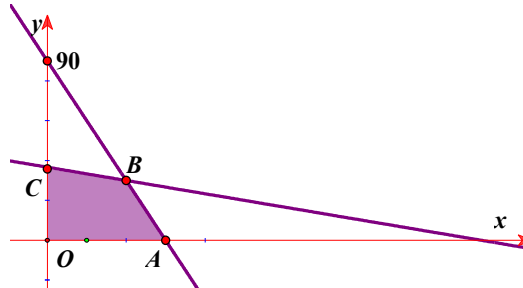
Chọn A

Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II được sản xuất ra. Điều kiện x, y nguyên dương.

Ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 180 \\ x + 6y \leq 220 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ trên là



Tiền lãi trong một tháng của xưởng là $T = 0,5x + 0,4y$.

Ta thấy T đạt giá trị lớn nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C . Vì C có tọa độ không nguyên nên loại.

Tại $A(60;0)$ thì $T = 30$ triệu đồng.

Tại $B(40;30)$ thì $T = 32$ triệu đồng.

Vậy tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là 32 triệu đồng.

Câu 63: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kiogam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giá tiền một kg thịt bò là 160 nghìn đồng, một kg thịt lợn là 110 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua. Tìm x, y để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn?

A. $x = 0,3$ và $y = 1,1$. **B.** $x = 0,3$ và $y = 0,7$. **C.** $x = 0,6$ và $y = 0,7$. **D.** $x = 1,6$ và $y = 0,2$.

Lời giải

Chọn A

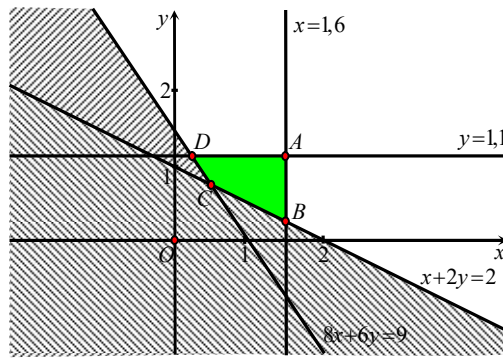
Theo bài ra ta có số tiền gia đình cần trả là $160.x + 110.y$ với x, y thỏa mãn: $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \end{cases}$.

Số đơn vị protein gia đình có là $0,8.x + 0,6.y \geq 0,9 \Leftrightarrow 8x + 6y \geq 9$ (d_1).

Số đơn vị lipid gia đình có là $0,2.x + 0,4.y \geq 0,4 \Leftrightarrow x + 2y \geq 2$ (d_2).

Bài toán trở thành: Tìm x, y thỏa mãn hệ bất phương trình $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$ sao cho

$T = 160.x + 110.y$ nhỏ nhất.



Vẽ hệ trục tọa độ ta tìm được tọa độ các điểm $A(1,6;1,1)$; $B(1,6;0,2)$; $C(0,6;0,7)$; $D(0,3;1,1)$

.

Nhận xét: $T(A) = 377$ nghìn, $T(B) = 278$ nghìn, $T(C) = 173$ nghìn, $T(D) = 169$ nghìn.

Vậy tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn thì $x = 0,6$ và $y = 0,7$.